Efeito Kerr

Gustavo Henrique Marques Garcia

Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil

7 de dezembro de 2020

Introdução

A descoberta do chamado Efeito Kerr é atribuída ao físico escocês John Kerr, em 1875. Nesse efeito, um campo elétrico aplicado em um material é capaz de mudar suas propriedade ópticas.

Veremos que o índice de refração é função da intensidade da luz e que um campo elétrico aplicado pode tornar um material birrefringente.

John Kerr

Polarização não linear

Em um primeira aproximação consideramos:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

- a permissividade elétrica χ é um escalar;
- meio isotrópicos e campo baixos;

Polarização não linear

Em um primeira aproximação consideramos:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

Em muitos casos, podemos fazer a expansão:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}\mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \cdots$$

- a permissividade elétrica χ é um escalar;
- meio isotrópicos e campo baixos;
- $\chi^{(i)}$ são os tensores de susceptibilidade elétrica de ordem i;
- expressão válida em ampla gama de materiais;
- relação local: nem sempre é válida - meio ferroeletrico

Vamos considerar a aproximação

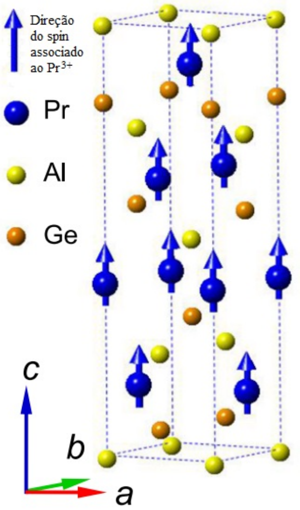
$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}\mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E}$$

Vamos considerar a aproximação

$$\mathbf{P} = \epsilon_0\chi^{(1)}\mathbf{E}+\epsilon_0\chi^{(2)}\mathbf{EE}+\epsilon_0\chi^{(3)}\mathbf{EEE}$$

- Se $\chi^{(2)}$ é não nulo, estaremos no regime onde ocorre o efeito Pockels.
- Para meios com simetria de inversão, os termos $\chi^{(2i)}$ serão nulos (direções x_i e $-x_i$ são indistinguíveis fisicamente)

Figura: Cristal de PrAiGe



Material sem simetria de inversão: direções c e $-c$ são distinguíveis

Vamos considerar a aproximação

$$\mathbf{P} = \epsilon_0\chi^{(1)}\mathbf{E}+\epsilon_0\chi^{(2)}\mathbf{E}\mathbf{E}+\epsilon_0\chi^{(3)}\mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E}$$

quando $\chi^{(2)}$ é nulo obtemos

$$\mathbf{P} = \epsilon_0\chi^{(1)}\mathbf{E} + \epsilon_0\chi^{(3)}\mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E}$$

- Se $\chi^{(2)}$ é não nulo, estaremos no regime onde ocorre o efeito Pockels.
- Para meios com simetria de inversão, os termos $\chi^{(2i)}$ serão nulos (direções x_i e $-x_i$ são indistinguíveis fisicamente)

Vamos considerar a aproximação

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}\mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E}$$

quando $\chi^{(2)}$ é nulo obtemos

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E}$$

- Se $\chi^{(2)}$ é não nulo, estaremos no regime onde ocorre o efeito Pockels.
- Para meios com simetria de inversão, os termos $\chi^{(2i)}$ serão nulos (direções x_i e $-x_i$ são indistinguíveis fisicamente)

- É nesse regime que estudamos o efeito Kerr.
- Tipicamente $\chi^{(3)}$ é da ordem de $3,78 \times 10^{-24} m^2/V^2$: relevante somente para campos grandes

Índice de refração não linear

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{EEE}$$

O termo $\chi^{(3)}$ é responsável por uma mudança do índice de refração do meio.

Índice de refração não linear

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{EEE}$$

O termo $\chi^{(3)}$ é responsável por uma mudança do índice de refração do meio.

Negligenciando a natureza tensorial da susceptibilidade elétrica e supondo $E = \varepsilon \cos(\omega t)$ obtemos:

$$\begin{aligned} P &= \epsilon_0 (\chi^{(1)} + \chi^{(3)} E^2) E \\ &= P_\omega + P_{3\omega} \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} P_\omega &:= \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} + \frac{3}{4} \chi^{(3)} \varepsilon^2 \right) \varepsilon \cos(\omega t) \\ &:= \epsilon_0 \chi_{ef} E \\ P_{3\omega} &:= \epsilon_0 \frac{1}{4} \chi^{(3)} \varepsilon \cos(3\omega t) \end{aligned}$$

O índice de refração é dado por:

$$n = \sqrt{1+\chi} \qquad \text{onde} \qquad \chi = \frac{P_\omega}{\epsilon_0 E} = \chi_{eff}$$

De modo que obtemos

$$n = n_0 + n_2 I \qquad \text{onde} \qquad n_2 = \frac{3\chi^{(3)}}{4 n_0^2 c \epsilon_0}$$

Índice de refração é dependente da intensidade.

Processos Ópticos de Terceira Ordem

Interação de luz com o material pode gerar luz e polarizações em frequências distintas;

Processos Ópticos de Terceira Ordem

Interação de luz com o material pode gerar luz e polarizações em frequências distintas; Vamos assumir que podemos escrever o campo elétrico e o de polarização na forma:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}\sum_n \exp(i\omega_n t)\widehat{\mathbf{E}}(\omega_n) + (\exp(i\omega_n t)\widehat{\mathbf{E}}(\omega_n))^*$$

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2}\sum_n \exp(i\omega_n t)\widehat{\mathbf{P}}(\omega_n) + (\exp(i\omega_n t)\widehat{\mathbf{P}}(\omega_n))^*$$

Processos Ópticos de Terceira Ordem

Interação de luz com o material pode gerar luz e polarizações em frequências distintas; Vamos assumir que podemos escrever o campo elétrico e o de polarização na forma:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}\sum_n \exp(i\omega_n t)\widehat{\mathbf{E}}(\omega_n) + (\exp(i\omega_n t)\widehat{\mathbf{E}}(\omega_n))^*$$

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2}\sum_n \exp(i\omega_n t)\widehat{\mathbf{P}}(\omega_n) + (\exp(i\omega_n t)\widehat{\mathbf{P}}(\omega_n))^*$$

O processo não linear de terceira ordem mais geral envolve a interação de 4 ondas com frequências relacionadas por
$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \omega_4$;
A polarização na frequência ω_4 é dada por

$$\hat{P}_i(\omega_4) = \frac{1}{4}\epsilon_0 \sum_p \sum_{jkl} \chi_{ijkl}(\omega_4; \omega_1, \omega_2, \omega_3)\hat{E}_j(\omega_1)\hat{E}_k(\omega_2)\hat{E}_l(\omega_3)$$

Efeito Kerr eletro-óptico

Vamos supor que um material é submetido a um campo elétrico constante na direção y e que uma onda de frequência ω se propaga no meio.
Nesse caso, a polarização é dada por:

$$\hat{P}_x(\omega) = 3\epsilon_0 \chi^K_{1221}(\omega; 0, 0, \omega) E_y^2(0) \hat{E}_x(\omega)$$
$$\hat{P}_y(\omega) = 3\epsilon_0 \chi^K_{2222}(\omega; 0, 0, \omega) E_y^2(0) \hat{E}_y(\omega)$$

$$\hat{P}_x(\omega) = 3\epsilon_0 \chi^K_{1221}(\omega; 0, 0, \omega) E_y^2(0) \hat{E}_x(\omega)$$
$$\hat{P}_y(\omega) = 3\epsilon_0 \chi^K_{2222}(\omega; 0, 0, \omega) E_y^2(0) \hat{E}_y(\omega)$$

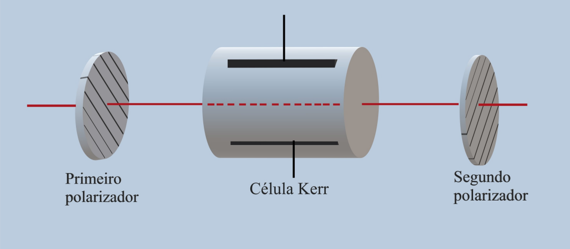
O material se torna birrefringente: a diferença entre os índices de refração $n_{||}$ e $n_{\perp}$, respectivamente relacionados com as direções y e x é dada por:

$$\Delta n = n_{||} - n_{\perp} \cong \lambda_0 K E^2(0)$$

onde $K = {}^{3(\chi^K_{1221} - \chi^K_{2222})}\big/_{2n_0\lambda_0}$ é a constante de Kerr do meio.
Surge uma diferença de fase entre as componentes perpendiculares da luz: Podemos usar esse efeito para modular luz!

Células de Kerr: são moduladores de luz ultra-rápidos que se aproveitam desse efeito para modular luz.

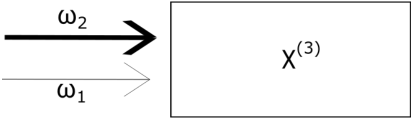
Figura: Modulador por efeito Kerr



Para uma tensão nula a montagem bloqueia completamente a passagem de luz
Para uma tensão ideal, o dispositivo se torna transparente para a luz incidente.

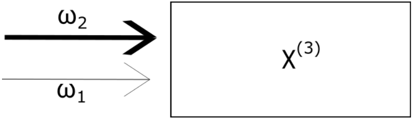
Efeito Kerr Óptico

Vamos considerar uma onda com frequência ω_1 (onda teste - baixa intensidade) viajando em um meio material na presença de outra onda com frequência ω_2 e intensidade $I(\omega_2)$.



Efeito Kerr Óptico

Vamos considerar uma onda com frequência ω_1 (onda teste - baixa intensidade) viajando em um meio material na presença de outra onda com frequência ω_2 e intensidade $I(\omega_2)$.

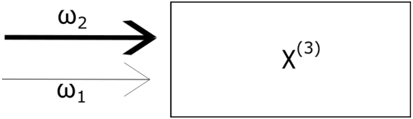


Se as duas ondas são polarizadas na direção x, a polarização resultante no meio, na frequência ω_1 será dada por:

$$\hat{P}_x(\omega_1) = \frac{3}{2}\epsilon_0 \chi^{OK}_{1111}(\omega_1; \omega_2, -\omega_2, \omega)|\hat{E}_x(\omega_2)|^2 \hat{E}_x(\omega_1)$$

Efeito Kerr Óptico

Vamos considerar uma onda com frequência ω_1 (onda teste - baixa intensidade) viajando em um meio material na presença de outra onda com frequência ω_2 e intensidade $I(\omega_2)$.



Se as duas ondas são polarizadas na direção x, a polarização resultante no meio, na frequência ω_1 será dada por:

$$\hat{P}_x(\omega_1) = \frac{3}{2}\epsilon_0 \chi^{OK}_{1111}(\omega_1;\omega_2,-\omega_2,\omega)|\hat{E}_x(\omega_2)|^2\hat{E}_x(\omega_1)$$

Com isso, obtemos que

$$n(\omega_1) = n_0(\omega_1)+n_2(\omega_1,\omega_2)I(\omega_1) \quad \text{onde} \quad n_2 = \frac{3\chi^{OK}_{1111}I(\omega_2)}{2n_0(\omega_1)n_0(\omega_2)c\epsilon_0}$$

Comparando com o que havíamos obtido antes:

$$n_2 = \frac{3\chi^{(3)}}{4n_0^2 c\epsilon_0} \qquad n_2 = \frac{3\chi^{OK}_{1111} I(\omega_2)}{2n_0(\omega_1)n_0(\omega_2)c\epsilon_0}$$

É importante notar que a expressão para a polarização depende do processo e da escolha de frequências, o que resulta em diferentes fatores multiplicativos na expressão da polarização.

Comparando com o que havíamos obtido antes:

$$n_2 = \frac{3\chi^{(3)}}{4n_0^2 c\epsilon_0} \qquad n_2 = \frac{3\chi_{1111}^{OK} I(\omega_2)}{2n_0(\omega_1)n_0(\omega_2)c\epsilon_0}$$

É importante notar que a expressão para a polarização depende do processo e da escolha de frequências, o que resulta em diferentes fatores multiplicativos na expressão da polarização. De fato, a polarização que devemos considerar é dada por

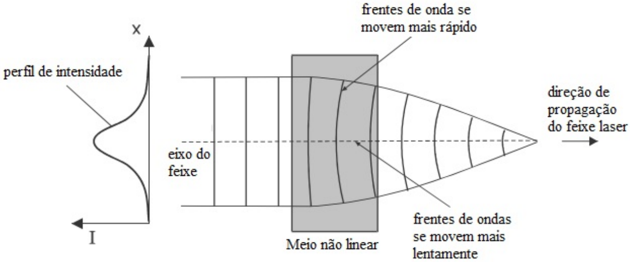
$$\hat{P}_i(\omega) = \frac{3}{4}\epsilon_0 \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{IR}(\omega;\omega,-\omega,\omega)\hat{E}_j(\omega)\hat{E}_k(-\omega)\hat{E}_l(\omega)$$

Para recuperar a expressão do caso de índice de refração não linear, basta supor que a onda é linearmente polarizada.

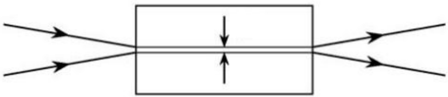
Uma importante consequência é o fenômeno de autofocalização. Ocorre quando pudermos menosprezar o efeito da refração sobre o feixe: $P >> P_{cr}$, onde P é a potência do feixe e P_{cr} é um valor crítico da potência, dada por

$$P_{cr} = \frac{\alpha\lambda_0^2}{4 pi n_0 n_2}$$

Figura: Autofocalização



Quando a potencia do feixe é exatamente o valor crítico, ocorre o fenômeno do auto aprisionamento da luz: os efeitos de autofocalização e difração compensam exatamente um ao outro, de modo que o feixe se propaga com seção transversal constante no material, sendo esse um exemplo de um sóliton espacial.



Conclusão

- A resposta do meio a campos elétricos se traduz em uma polarização que altera as propriedades ópticas do meio;

Conclusão

- A resposta do meio a campos elétricos se traduz em uma polarização que altera as propriedades ópticas do meio;
- O efeito Kerr é um efeito relacionado a resposta de terceira ordem do meio.

Conclusão

- A resposta do meio a campos elétricos se traduz em uma polarização que altera as propriedades ópticas do meio;
- O efeito Kerr é um efeito relacionado a resposta de terceira ordem do meio.
- Um campo elétrico constante aplicado é capaz de tornar um meio birrefringente

Conclusão

- A resposta do meio a campos elétricos se traduz em uma polarização que altera as propriedades ópticas do meio;
- O efeito Kerr é um efeito relacionado a resposta de terceira ordem do meio.
- Um campo elétrico constante aplicado é capaz de tornar um meio birrefringente
- O campo elétrico pode ser oriundo da própria luz incidente: índice de refração não linear

Conclusão

- A resposta do meio a campos elétricos se traduz em uma polarização que altera as propriedades ópticas do meio;
- O efeito Kerr é um efeito relacionado a resposta de terceira ordem do meio.
- Um campo elétrico constante aplicado é capaz de tornar um meio birrefringente
- O campo elétrico pode ser oriundo da própria luz incidente: índice de refração não linear
- O efeito kerr possui diversas implicações experimentalmente importantes

Conclusão

- A resposta do meio a campos elétricos se traduz em uma polarização que altera as propriedades ópticas do meio;
- O efeito Kerr é um efeito relacionado a resposta de terceira ordem do meio.
- Um campo elétrico constante aplicado é capaz de tornar um meio birrefringente
- O campo elétrico pode ser oriundo da própria luz incidente: índice de refração não linear
- O efeito kerr possui diversas implicações experimentalmente importantes

Referências I

R.W. Boyd and D. Prato, *Nonlinear optics*, Elsevier Science, 2008.

G.R. Fowles, *Introduction to modern optics*, Dover Books on Physics Series, Dover Publications, 1989.

D.J. Griffiths, *Introduction to electrodynamics*, Pearson international edition, Prentice Hall, 1999.

John Kerr LL.D., *XI. a new relation between electricity and light: Dielectrified media birefringent*, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science **50** (1875), no. 332, 337–348.

Geoffrey New, *Introduction to nonlinear optics*, Cambridge University Press, 2011.

Referências II

- R.S. Quimby, *Photonics and lasers: An introduction*, Wiley, 2006.
- Y.R. Shen, *The principles of nonlinear optics*, Wiley classics library, Wiley, 2003.
- Sérgio Carlos Zílio, *Óptica moderna: Fundamentos e aplicações*, 2009.