Física Geral p/ Químicos - FCM0221

Terça - 8:10 - 9:50
Quarta - 14:20 - 16:00
Quinta - 14:00 - 15:40

Sala 4 Química, 2/5

1) Mecânica

Três leis de Newton
Lei da Gravidade
Forças da Natureza

Energia e Trabalho

Conservação da Energia Mecânica
Trabalho, Energia cinética, ~~Energia Potencial~~
Forças conservativas e Energia Potencial
Forças não conservativas: Atrito

Problemas com 2 corpos

Centro de massa
Movimento do Centro de Massa
Conservação do momento linear e Energia Mecânica
Colisões

Rotações

Movimento circular
Momento Angular
Torque
Momento de Inércia, cálculo do momento de inércia
Segunda Lei de Newton p/ rotação
Conservação do momento angular
Energia cinética de Rotação

2) Oscilações e ondas

Oscilações Harmônicas

Ondas

3) Fluidos

Densidade

Pressão em fluidos

Empuxo

Princípio de Arquimedes

Fluidos em Movimento

Bibliografia

1) Física p/ Cientistas e Engenheiros - V. 1, Paul Tipler

2) Curso de Física Básica - vol 1 Mecânica
vol 2 Ondas, fluidos
H. Moysés Nussenzveig

3) Mechanics, A. P. French

4) Halliday Resnick

Introdução

Aristóteles (384 a.C - 322 a.C)

Aluno de Platão (Sócrates - professor de Platão)

- Movimentos dos corpos celestes diferentes dos corpos na Terra
- Não reconhecia idéia de inércia

Movimento vertical → era natural
" horizontal → necessitava de uma força mesmo que não fosse acelerado.

Galileo Galilei (1564 - 1642) italiano (Pisa)

- Queda livre

Usou planos inclinados p/ determinar a lei $d \sim t^2$

- Inércia

Ao contrário de Aristóteles disse que um corpo (livre de atritos, etc) manteria seu estado de movimento, repouso ou retilíneo uniforme (sem aplicação de forças)

- Aceleração independente de massa (em queda livre)
- Movimento do pêndulo (período independe da amplitude)
- Decomposição do movimento

Movimento balístico

A Luneta

- Fases de Vênus

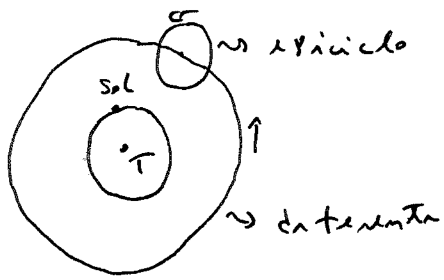
Observou que Venus tinha fases (todas) como a Lua

- satélites de Júpiter Io, Europa, Ganymede e Callisto

- Montanhas e crateras na Lua

Claudio Ptolomeu de Alexandria (séc II a.D.) 90 – 168 A.D (?)

Sistema geocêntrico



(precisão 2°)

prevaleceu por 15 séculos

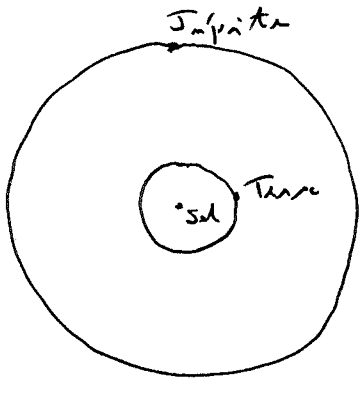
obra: Almagesto

Nikolaus Copérnico (1473 – 1543)

Sistema heliocêntrico (Aristarco de Samos, séc III a.C)

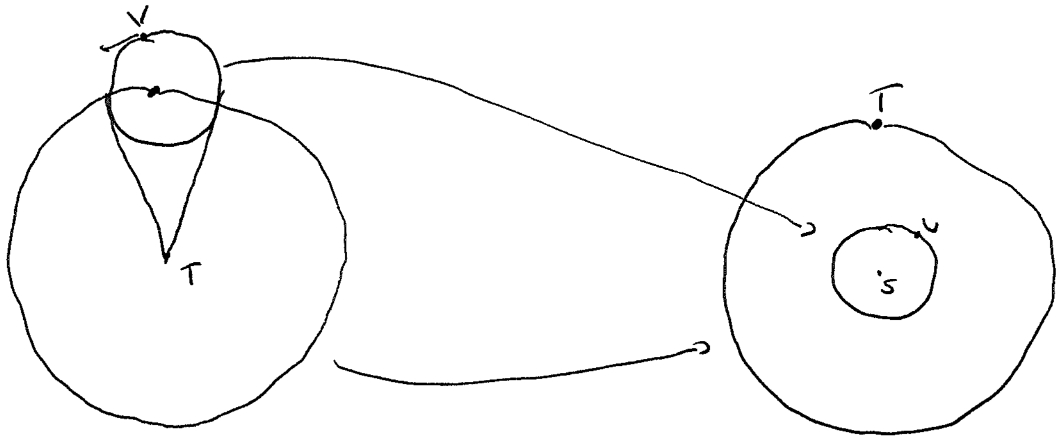
↓

rejeitado por não haver paralaxe das estrelas (primeiramente vista em 1838 c/ telescópio)



Relações entre Ptolomeu e Copérnico

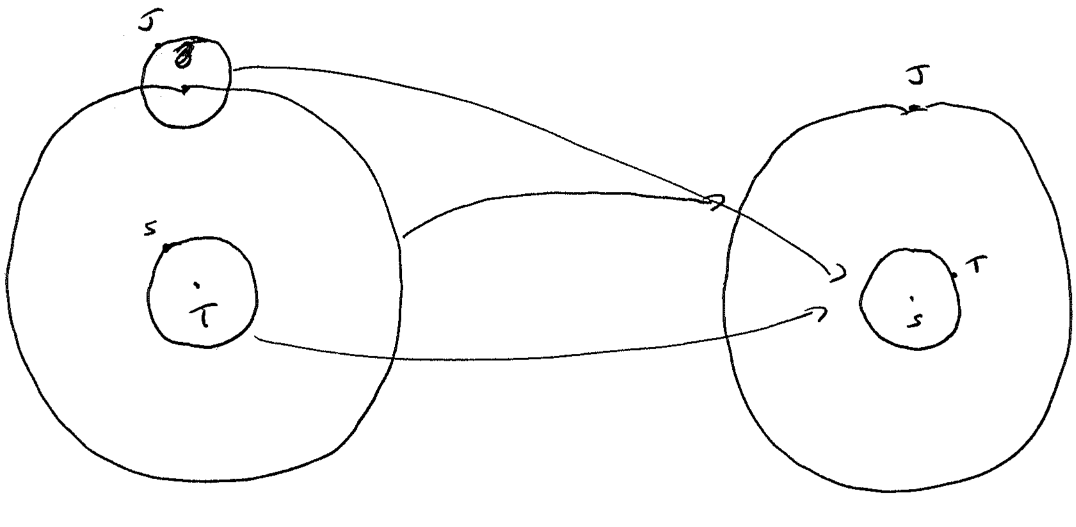
Planetas interiores:



Ptolomeu

Copérnico

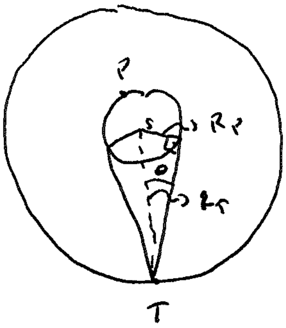
Planetas exteriores:



Ptolomeu

Copérnico

Permitiu determinar distância dos planetas

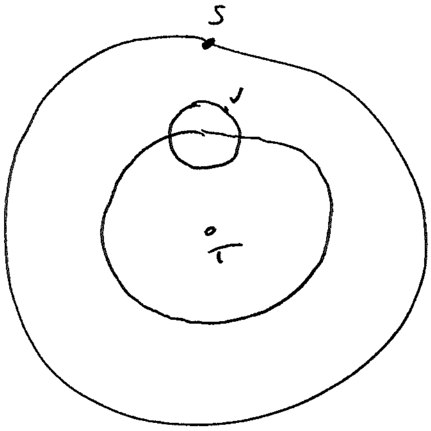


$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{R_P}{R_T}$ planetas internos

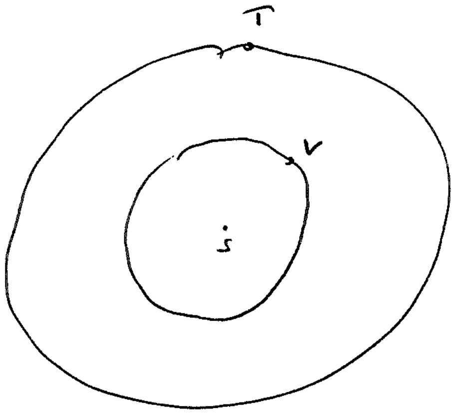
$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{R_T}{R_P}$ " externos

	Copérnico	Atual	Período Sideral
Mercúrio	0,3763	0,3871	87,97 dias
Vênus	0,7193	0,7233	224,7 "
Marte	1,5198	1,5237	1,881 anos
Júpiter	5,2192	5,2028	11,87 "
Saturno	9,1743	9,5388	29,45 "

Fases de Vênus (Galileu Galilei – 1610)



Ptolomeu



Copérnico

Isto foi o q' dá cal no sistema geocêntrico

Tycho Brahe (1546-1601)

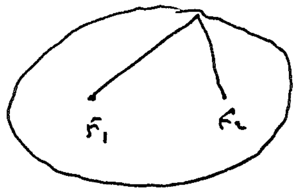
Astrônomo dinamarquês - Observatório em Uraniborg

Precisão duas vezes melhor que as da Antiguidade.
(4 minutos de arco)

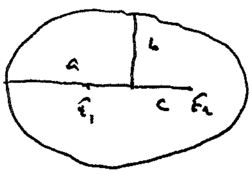
Johannes Kepler (1571-1630)

Assistente de Tycho Brahe e depois seu substituto.

Sistema heliocêntrico c/ órbitas elípticas!



soma das distâncias aos focos é constante.



$e = \frac{c}{a}$ excentricidade

Três Leis de Kepler

1ª Lei: (1609) As órbitas descritas pelos planetas em redor do Sol são elipses com o Sol em um dos focos

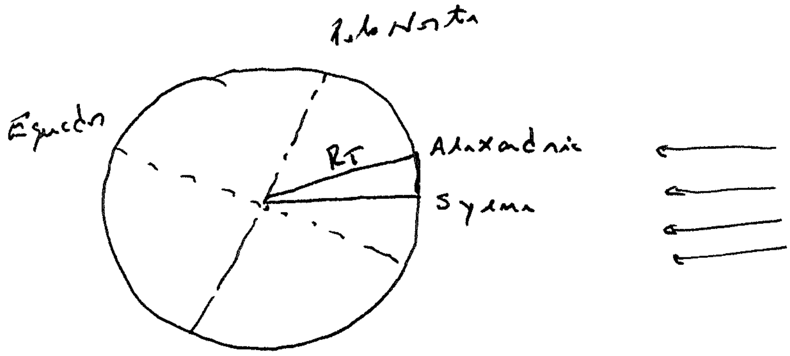
2ª Lei: (1609) O raio vetor (Sol-Planeta) varre áreas iguais em tempos iguais

3ª Lei: (1619) Os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como o ~~[illegible]~~ cubo das distâncias médias ao Sol:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

O raio da Terra

Eratóstenes (séc III a.C) em 225 a.C determinou
o ~~raot~~ raio da Terra



Sombra de um poste ou mastro ao meio dia no meio do verão. Em Syena: a pino

Em Alexandria: 7,2°

distância Syena - Alexandria ~ 500 milhas

$$\frac{\text{arco } AS}{R_T} = \frac{1}{8} \text{ rad } (7{,}2^\circ) \rightarrow \frac{500 \text{ milhas}}{R_T} = \frac{1}{8}$$

daí $R_T \simeq 4000$ milhas (6 250 km) (1 milha = 1.603 km)

Valor atual: 6371 Km $\simeq$ 3959 milhas

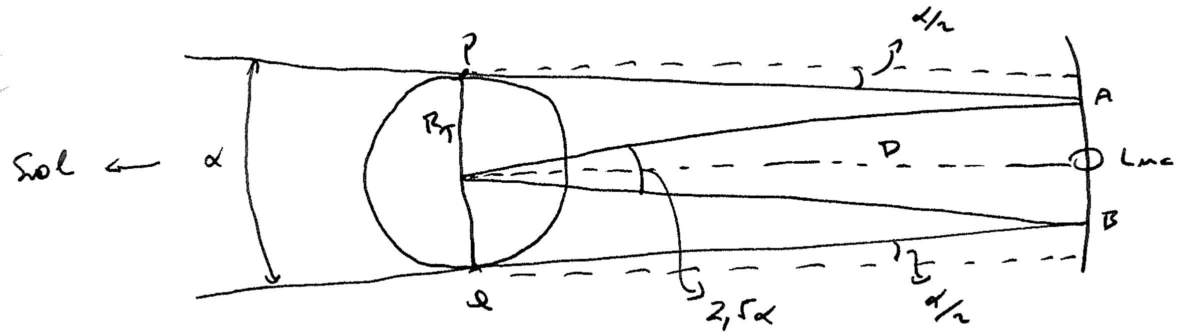
Distância Terra - Lua

Hiparco de Rhodes - (130 a.c)

Usou "tempo" / "ângulo" de passagem da Lua por eclipse. Sabia que o Sol está muito mais distante que a Lua (Aristarco)

Sabia-se que o diâmetro aparente da Lua e Sol vista da Terra é aproximadamente o mesmo:

$$\alpha \sim 0,553^\circ \sim \frac{1}{103.5} \text{ rad}$$



Temos que

$$\frac{\text{arc } AB}{D} = 2,5\,\alpha$$

e

$$\text{arc } AB = 2R_T - \alpha D$$

e daí

$$\text{arc } AB = 2,5\,\alpha D = 2R_T - \alpha D$$

ou

$$3,5\,\alpha D = 2R_T$$

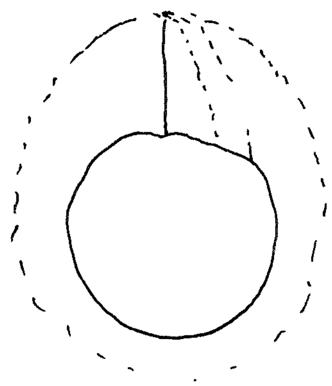
$$\frac{D}{R_T} = \frac{2}{3,5\,\alpha} = \frac{207}{3,5} \approx 59$$

e $D \sim 236.000$ milhas.

~

Sir Isaac Newton (1642-1727)

A idéia de órbita



Um corpo em órbita está em queda livre!

A 3ª lei de Kepler e a lei $1/r^2$

Para uma órbita circular precisamos de uma aceleração centrípeta

$$a_r = -\frac{v^2}{r}$$

Ao longo da órbita a velocidade é constante e daí

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

T = período

r ≡ raio da órbita

Logo

$$a_r = -\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Da lei de Newton $F_r = m a_r = -\dfrac{4\pi^2 m r}{T^2}$

Da 3ª Lei de Kepler $\dfrac{r^3}{T^2} = K$ e daí

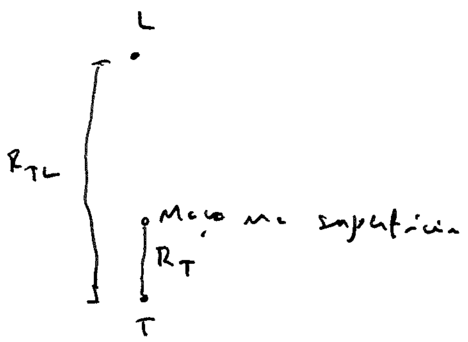
$$F_r = -\frac{4\pi^2 K m}{r^2}$$

Pela terceira lei de Newton $F_r = -\dfrac{G M m}{r^2}$

A Lua e a Maçã

Newton: gravidade pode se extender até a órbita da Lua

Considerar ~~a~~ toda a massa da Terra concentrada em um centro:

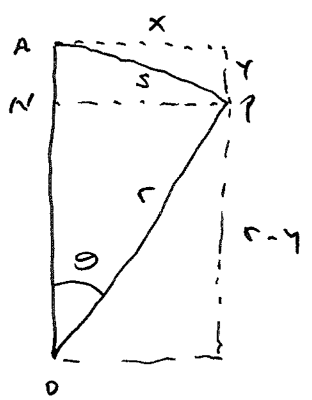


$$F_{TM} = \frac{G M_T m_M}{R_T^2} \qquad F_{TL} = \frac{G M_T m_L}{R_{TL}^2}$$

$$a_M = g = \frac{G M_T}{R_T^2} \qquad a_L = \frac{F_{TL}}{m_L} = \frac{G M_T}{R_{TL}^2}$$

$$\frac{a_L}{a_M} = \frac{a_L}{g} = \left(\frac{R_T}{R_{TL}}\right)^2$$

Como determinar a_L:



Temos que s é o arco percorrido pela Lua em 1 s.

$$(r-y)^2 + x^2 = r^2$$

$$x^2 = 2ry - y^2$$

$$\frac{x^2}{2r} = y - \frac{y^2}{2r} \sim y \qquad (y \ll r)$$

Podemos aproximar $x \sim s$ e daí

$$Y \sim \frac{s^2}{2r}$$

Mas $r \sim 3.8 \times 10^8 \, m$

Período Lua $T = 27,3$ dias $= 2,4 \times 10^6 \, s$

Daí em 1 s:

$$s = \frac{2\pi \times 3,8 \times 10^8 \, m}{2,4 \times 10^6 \, s} \times 1 \, s \approx 1000 \, m$$

e daí

$$Y_1(1s) \approx \frac{10^6}{7.6 \times 10^8} = 1,3 \times 10^{-3} \, m$$

Em 1 segundo a maçã cai

$$Y_2 = \frac{1}{2} g t^2 = 4,9 \, m$$

e

$$\frac{Y_1}{Y_2} = 2,7 \times 10^{-4} \approx \frac{1}{3700}$$

e

$$\left(\frac{R_T}{R_{TL}}\right)^2 = \left(\frac{6,4 \times 10^6 \, m}{3,8 \times 10^8 \, m}\right)^2 = \frac{1}{3600}$$

Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (1687)

(Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural)

Newton fez a maioria de suas descobertas em 1665-1666, quando retirou-se à fazenda da família fugindo da peste (deixou Cambridge), e tinha 23 anos.

No entanto, publicou o Principia em 1687, ajudado por Halley para provar:

- distribuição de massa esférica produz campo gravitacional como se estivesse concentrada no centro
(inventou cálculo integral

- provar que órbitas eram elipses.

No livro I formula suas 3 leis:

1ª lei: Lei da inércia (de Galileu):
"Todo corpo persiste em seu estado de repouso, ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que seja compelido a modificar seu estado pela ação de forças impressas sobre ele"

2ª lei: $\vec{F} = m\vec{a}$ ou $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$, $\vec{p} = m\vec{v}$

$\uparrow$

massa inercial

3ª lei: Princípio de ação e reação:

"A toda ação corresponde reação igual e oposta, ou seja, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas em sentido oposto"

(ação e reação agem em corpos distintos)

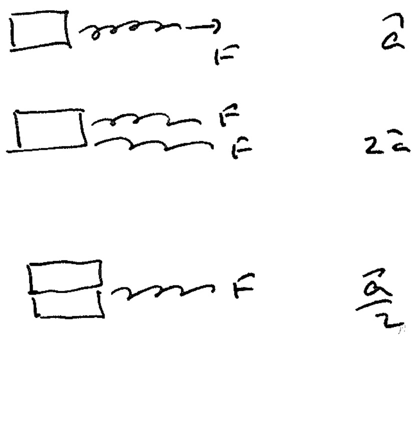
<u>Comentários:</u>

- Leis são válidas em "referenciais inerciais"

$\uparrow$

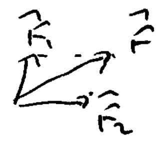
definir

- A massa é uma medida de inércia do corpo

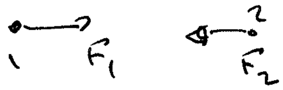


- Vale o princípio de superposição de forças

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$



— A terceira lei implica a conservação do momento linear



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

e $\quad \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$

— Unidades:

MKS: Massa ≡ kg (1 l de H_2O, 1 atm, 4°C)
padrão em Paris

Metro ≡ m circunferência Terra 40.000.000 m

$1\,m = 1.650.763,73\ \lambda_{Kr}$
^{86}Kr raia alaranjada

$c = 299.792.458\ m/s$

Tempo ≡ segundo ≡ s

$1\,s = \frac{1}{86.400}$ dia solar médio

$1\,s = 9.162.631.770$ períodos da radiação característica do ^{133}Cs

CGS: $cm = 10^{-2}\,m$

$g = 10^{-3}\,kg$

$s = s$

- Teoria de Newton é uma teoria física (visão de mundo)
  - tempo e espaço são absolutos

Leis de Kepler são empíricas e não formam teoria física

Forças da Natureza

- Força da Gravidade

$$F = -\frac{G M m}{r^2} \qquad G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N\,m^2/kg^2$$

Teoria Geral da Relatividade (matéria encurva o espaço)

- Força eletromagnética

$$F = -k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \qquad k = 9 \times 10^{9}\ N.m^2/C^2$$

lei de Coulomb (1785)

Força de Lorentz $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right)$

Equações de Maxwell

→ Ver verso página anterior

- Força Nuclear Forte

Mantém protons e neutrons ligados dentro dos núcleos

- Fusão nuclear (barreira Coulombiana)
- Fissão nuclear

alcance curto $1F = 10^{-15}m$

– Força Nuclear Fraca

- alcance ainda menor que a força forte
- intensidade mais fraca que força forte e eletromagnética
- violam paridade

decaimento radioativo

$$n \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$ (beta decay) decaimento beta (β)

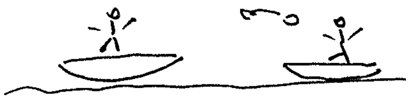
ou

$$^{60}_{27}Co \to {}^{60}_{28}Ni + e^- + \bar{\nu}_e + 2\gamma \qquad ({}^{59}_{27}Co + n \to {}^{60}_{27}Co)$$

Meia vida $\equiv$ 5,27 anos

– Teorias de Gauge ou de Calibre

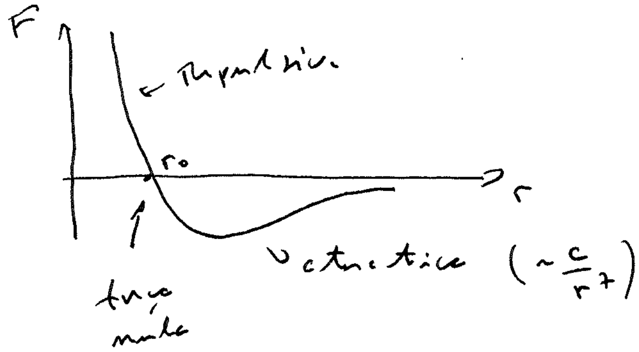
– Força intermediada por partículas



– Unificação das forças e teoria quântica da gravitação

– Forças interatômicas

- eletrostática Na^+, Cl^-
- Forças de Van der Waals – dipolo elétrico médio nulo mas interação não



$$F = 12\frac{D}{r_0}\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^{13} - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{7}\right]$$

Van der Waals

$$U = D\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^{12} - 2\left(\frac{r_0}{r}\right)^{6}\right]$$

(Potencial de Lennard-Jones)

- ligação covalente: troca de elétrons

Consideremos, agora, toda a corda ligando Sérgio a Paulo. Desprezando a gravidade, há três forças atuando sobre a corda. Sérgio e Paulo exercem, cada um deles, uma força sobre a corda, assim como o gelo na borda da geleira. Se desprezamos o atrito entre o gelo e a corda, a força exercida pelo gelo é sempre uma força normal (Figura 4-28). Uma força normal não tem componente tangencial à corda, e portanto, não pode provocar uma variação da tensão. Assim, a tensão é a mesma ao longo de todo o comprimento da corda. Resumindo, se uma corda tensionada de massa desprezível muda de direção passando por uma superfície sem atrito, a tensão permanece a mesma ao longo da corda. A seguir, um resumo dos passos a serem seguidos para resolver esse tipo de problema.

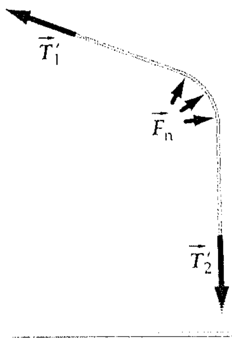


FIGURA 4-28

CHECAGEM CONCEITUAL 4-5

Suponha que, em vez de passar pela beirada de uma geleira, a corda passe por uma polia sem atrito, como mostrado na Figura 4-29. Neste caso, a tensão ao longo da corda é a mesma?

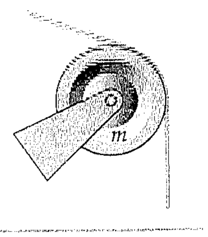


FIGURA 4-29

ESTRATÉGIA PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Aplicando as Leis de Newton a Problemas com Dois ou Mais Objetos

SITUAÇÃO Lembre-se de desenhar, separadamente, um diagrama de corpo livre para cada objeto. As incógnitas podem ser obtidas resolvendo equações simultâneas.

SOLUÇÃO

1. Desenhe, separadamente, um diagrama de corpo livre para cada objeto. Use um sistema de coordenadas para cada objeto. Lembre-se de que, se dois objetos se tocam, as forças que eles exercem um sobre o outro são iguais e opostas (terceira lei de Newton).
2. Aplique a segunda lei de Newton a cada objeto.
3. Resolva as equações que obtiver, em conjunto com quaisquer outras equações que descrevam interações e vínculos, para encontrar as incógnitas.

CHECAGEM Verifique se sua resposta é consistente com os diagramas de corpo livre que você tinha traçado.

$T + m_s g \, \text{sen}\,\theta = m_s a$

$-T + m_p g = m_p a$

$a = \dfrac{(m_s \, \text{sen}\,\theta + m_p)}{m_s + m_p} g$

$m_p(g - a) = T$

$T = \dfrac{m_p g (m_s + \cancel{m_p}) - m_s \, \text{sen}\,\theta - \cancel{m_p g}}{m_s + m_p}$

Exemplo 4-12 Os Alpinistas

Paulo (massa m_P) cai acidentalmente da borda de uma geleira, como mostrado na Figura 4-26. Felizmente, ele está ligado por uma longa corda a Sérgio (massa m_S), que possui um piquete de montanhista. Antes de fazer uso de sua ferramenta, Sérgio escorrega sem atrito pelo gelo, preso a Paulo pela corda. Considere a inexistência de atrito entre a geleira e a corda. Encontre a aceleração de cada montanhista e a tensão na corda.

$T = \dfrac{m_p m_s (1 - \text{sen}\,\theta) g}{m_p + m_s}$

SITUAÇÃO As forças de tensão $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ têm a mesma magnitude, já que supomos a corda sem massa e o gelo não oferecendo atrito. A corda não estica nem afrouxa, de forma que Paulo e Sérgio têm, em qualquer instante, a mesma rapidez. Suas acelerações $\vec{a}_S$ e $\vec{a}_P$ devem, portanto, ser iguais em magnitude (mas não em orientação). Sérgio acelera geleira abaixo, enquanto Paulo acelera para baixo. Podemos resolver este problema aplicando $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ a cada personagem para encontrar as acelerações e a tensão.

SOLUÇÃO

1. Desenhe, separadamente, diagramas de corpo livre para Sérgio e Paulo (Figura 4-30). Coloque os eixos x e y no diagrama de Sérgio escolhendo a orientação da aceleração de Sérgio como $+x$. Escolha a orientação da aceleração de Paulo como $+x'$.

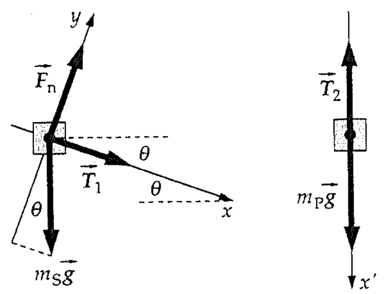


FIGURA 4-30

2. Aplique $\Sigma F_x = ma_x$ para a direção x de Sérgio: $F_{nx} + T_{1x} + m_S g_x = m_S a_{Sx}$
3. Aplique $\Sigma F_{x'} = ma_{x'}$ para a direção x' de Paulo: $T_{2x'} + m_P g_{x'} = m_P a_{Px'}$

17,5

4. Como os dois estão ligados por uma corda tensa que não estica, as acelerações de Paulo e Sérgio estão relacionadas. Expresse essa relação:

$a_{Px'} = a_{Sx} = a_t$

a_t significa a componente da aceleração com a orientação *tangencial*. (A orientação do movimento.)

5. Como a corda tem massa desprezível e escorrega sobre gelo de atrito desprezível, as forças $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ estão relacionadas de forma simples. Expresse essa relação:

$T_2 = T_1 = T$

6. Substitua os resultados dos passos 4 e 5 nas equações dos passos 2 e 3:

$$T + m_S g \operatorname{sen}\theta = m_S a_t$$
$$-T + m_P g = m_P a_t$$

7. Resolva as equações do passo 6, eliminando T para encontrar a_t:

$$a_t = \boxed{\frac{m_S \operatorname{sen}\theta + m_P}{m_S + m_P} g}$$

8. Substitua o resultado do passo 7 em uma das equações do passo 6 para encontrar T:

$$T = \boxed{\frac{m_S m_P}{m_S + m_P}(1 - \operatorname{sen}\theta)g}$$

CHECAGEM Se m_P é muito maior que m_S, esperamos uma aceleração próxima de g e uma tensão próxima de zero. Tomando o limite em que m_S tende a zero, obtemos realmente $a_t = g$ e $T = 0$. Se m_P é muito menor que m_S, esperamos uma aceleração próxima de g sen θ (veja o passo 3 do Exemplo 4-7) e uma tensão nula. Tomando o limite em que m_P tende a zero nos passos 7 e 8, obtemos realmente $a_t = g$ sen θ e $T = 0$. Para um valor extremo de inclinação ($\theta = 90°$), também podemos conferir nossas respostas. Substituindo $\theta = 90°$ nos passos 7 e 8, obtemos $a_t = g$ e $T = 0$. Isto parece correto, pois Sérgio e Paulo estariam em queda livre para $\theta = 90°$.

INDO ALÉM No passo 1, escolhemos os sentidos positivos como geleira abaixo e verticalmente para baixo, para tornar a solução a mais simples possível. Com esta escolha, quando Sérgio se move no sentido $+x$ (escorregando geleira abaixo), Paulo se move no sentido $+x'$ (para baixo).

PROBLEMA PRÁTICO 4-10 (*a*) Encontre a aceleração se $\theta = 15°$ e se as massas são $m_S = 78$ kg e $m_P = 92$ kg. (*b*) Encontre a aceleração, se estas duas massas são trocadas.

Exemplo 4-13 Construindo uma Estação Espacial

Você é um astronauta que está construindo uma estação espacial e empurra uma caixa de massa m_1 com uma força $\vec{F}_{A1}$. A caixa está em contato direto com uma segunda caixa de massa m_2 (Figura 4-31). (*a*) Qual é a aceleração das caixas? (*b*) Qual é a magnitude da força que cada caixa exerce sobre a outra?

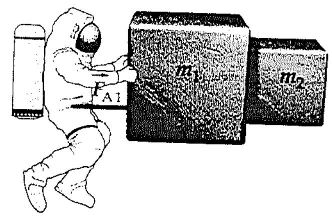


FIGURA 4-31

SITUAÇÃO A força $\vec{F}_{A1}$ é uma força de contato e atua apenas sobre a caixa 1. Seja $\vec{F}_{21}$ a força exercida pela caixa 2 sobre a caixa 1, e $\vec{F}_{12}$ a força exercida pela caixa 1 sobre a caixa 2. De acordo com a terceira lei de Newton, estas forças são iguais e opostas ($\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$), de forma que $F_{21} = F_{12}$. Aplique a segunda lei de Newton separadamente a cada caixa. Os movimentos das duas caixas são idênticos, de forma que as acelerações $\vec{a}_1$ e $\vec{a}_2$ são iguais.

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Desenhe diagramas de corpo livre para as duas caixas (Figura 4-32).

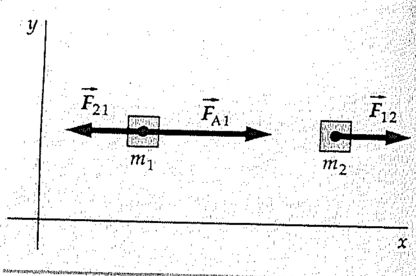


FIGURA 4-32

2. Aplique $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ para a caixa 1.

$$F_{A1} - F_{21} = m_1 a_{1x}$$

3. Aplique $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ para a caixa 2.

$$F_{12} = m_2 a_{2x}$$

4. Expresse a relação entre as duas acelerações e a relação entre as magnitudes das forças que as caixas exercem uma sobre a outra. As acelerações são iguais porque as caixas têm a mesma rapidez em cada instante, de forma que a taxa de variação da rapidez é a mesma para as duas. As forças são iguais em magnitude porque elas constituem um par de forças da terceira lei de Newton.

$$a_{2x} = a_{1x} = a_x$$
$$F_{21} = F_{12} = F$$

5. Substitua estas relações nos resultados dos passos 2 e 3 e determine a_x.

$$a_x = \boxed{\frac{F_{A1}}{m_1 + m_2}}$$

(*b*) Substitua sua expressão para a_x no resultado do passo 2 ou no do passo 3, e determine F.

$$F = \boxed{\frac{m_2}{m_1 + m_2} F_{A1}}$$

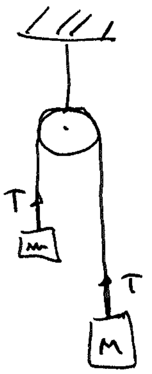
$F_{A1} - F = m_1 a$

$F = m_2 a$

$F_{A1} = (m_1 + m_2) a$

$F = \frac{m_2 F_{A1}}{m_1 + m_2}$

Máquina de Atwood



1º corpo:

$$T - mg = ma$$

2º corpo:

$$T - Mg = -Ma$$

Daí

$$(M - m)g = (m + M)a$$

$$\boxed{a = \frac{(M - m)}{M + m} g}$$

Substituindo de volta

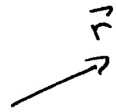
$$T - Mg = -M \frac{(M - m)}{M + m} g$$

$$T = \frac{M(\cancel{M} + m) - M(\cancel{M} - m)}{M + m} g$$

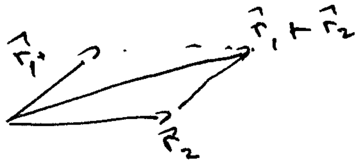
$$\boxed{T = \frac{2Mm}{M + m} g}$$

Vetores

deslocamento: caracterizado por magnitude
direção
sentido



Soma

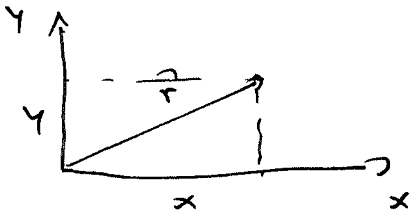


- comutativa
- vetor nulo $\vec r + \vec 0 = \vec r$
- inverso $\vec r + (-\vec r) = \vec 0$

Multiplicação por escalar

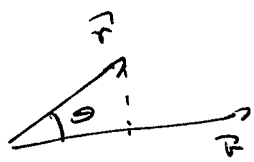
$$\vec r \to \lambda \vec r$$

Componentes



$$\vec r = x\hat i + y\hat j$$

~~Magnitude~~ Produto escalar



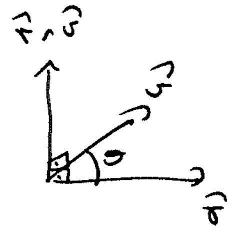
$$\vec r \cdot \vec v = |\vec r|\,|\vec v| \cos\theta$$

$$\vec v = v_x \hat i + v_y \hat j$$

$$\vec r \cdot \vec v = x v_x + y v_y$$

Produto vetorial

$\vec{r} \wedge \vec{v}$

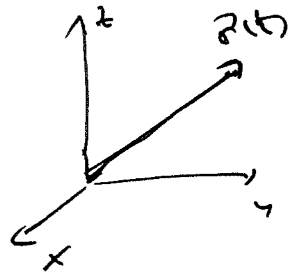


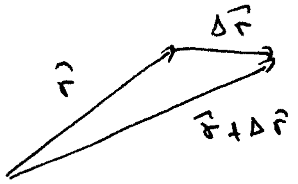
regra da mão direita

$$|\vec{r} \wedge \vec{v}| = |\vec{r}|\,|\vec{v}|\,\sin\theta$$

Derivada de vetor (velocidade)

Considere vetor posição $\vec{r}(t)$

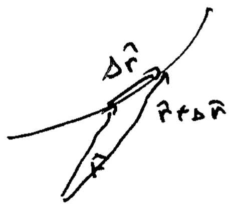




$$\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t) = \Delta\vec{r}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

É o vetor tangente à trajetória.



Em componentes:

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath} + y(t)\,\hat{\jmath}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\imath} + \frac{dy}{dt}\hat{\jmath} = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt}$$

Valem as regras:

$$\frac{d(\vec{r}_1+\vec{r}_2)}{dt} = \frac{d\vec{r}_1}{dt} + \frac{d\vec{r}_2}{dt}$$

$$\frac{d(\lambda\vec{r})}{dt} = \frac{d\lambda}{dt}\vec{r} + \lambda\frac{d\vec{r}}{dt}$$

Aceleração

Mesmo conceito

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

e daí $\quad \vec{a} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Decomposição do movimento

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \vec{F} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} + F_z\hat{k}$$

$$\vec{p} = p_x\hat{\imath} + p_y\hat{\jmath} + p_z\hat{k}$$

$$F_x = \frac{dp_x}{dt}$$

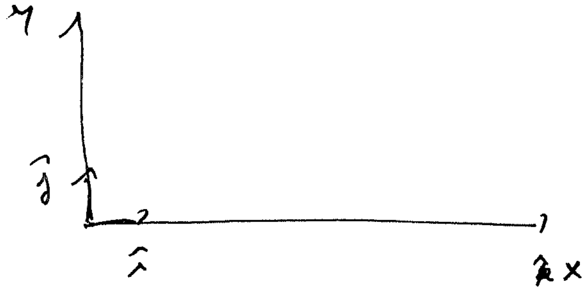
$$F_y = \frac{dp_y}{dt}$$

$$F_z = \frac{dp_z}{dt}$$

Três eqs. para a 2ª lei de Newton.

Exemplo: movimento de projétil

Força peso $F = -mg\hat{j}$



Daí

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$F_x = 0 \qquad F_y = -mg$$

$$\frac{dp_x}{dt} = 0$$

$$\downarrow$$

$$m\frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$\downarrow$$

$$v_x = v_x^0$$

$$\downarrow$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{x = v_x^0 t + x_0}$$

$$\frac{dp_y}{dt} = -mg$$

$$\downarrow$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = -mg$$

$$\downarrow$$

$$v_y = -gt + v_y^0$$

$$\downarrow$$

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y^0 - gt$$

$$\boxed{y = v_y^0 t - \frac{1}{2}gt^2 + y_0}$$

Toma $x_0 = y_0 = 0$

$v_x^0 = v_0 \cos\theta$

$v_y^0 = v_0 \operatorname{sen}\theta$

$x = v_0 \cos\theta \, t \longrightarrow t = \dfrac{x}{v_0 \cos\theta}$

$y = v_0 \operatorname{sen}\theta \, t - \frac{1}{2} g t^2$

e daí

$$y = v_0 \operatorname{sen}\theta \frac{x}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\theta}$$

$$\boxed{y = \operatorname{tg}\theta \, x - \frac{\frac{1}{2} g}{v_0^2 \cos^2\theta} x^2}$$ eq. de parábola

Altura máxima: $v_y = 0 \to 0 = v_0 \operatorname{sen}\theta - g t_m$

$$\boxed{t_m = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}}$$

$$y_m = \frac{v_0^2 \operatorname{sin}^2\theta}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{g^2}$$

$$\boxed{y_m = \frac{1}{2} v_0^2 \operatorname{sin}^2\theta}$$

Tempo subida = tempo de descida

Logo

Alcance $= x_m = v_0 \cos\theta \, t_m 2 = v_0 \cos\theta \, 2 \dfrac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$

$$\boxed{A = \frac{2 v_0^2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta}{g} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}(2\theta)}{g}}$$

Alcance máximo p/ $\theta = 45°$

Nota que:

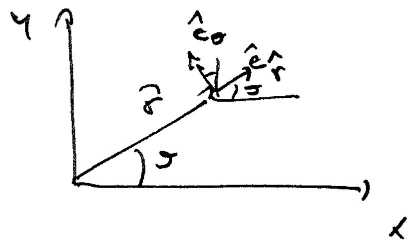
- p/ $\theta = 45° + \delta$ e $\theta = 45° - \delta$, alcance é o mesmo

$$\sin(2(45° \pm \delta)) = \sin(2\times 45°)\underbrace{\cos(\pm\delta)}_{=\cos\delta} + \sin(\pm\delta)\underbrace{\cos(2\times 45°)}_{=0}$$

$$= \cos\delta$$

- velocidade na saída e chegada é a mesma em módulo.

Coordenadas polares



$(r, \theta) \longleftrightarrow (x, y)$

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$\hat{e}_r = \cos\theta\,\hat{\imath} + \sin\theta\,\hat{\jmath}$

$\hat{e}_\theta = -\sin\theta\,\hat{\imath} + \cos\theta\,\hat{\jmath}$

Daí $\boxed{\vec{r} = r\,\hat{e}_r}$

Mas

$$\frac{d\hat{e}_r}{dt} = -\sin\theta\frac{d\theta}{dt}\hat{\imath} + \cos\theta\frac{d\theta}{dt}\hat{\jmath} = \dot{\theta}\,\hat{e}_\theta$$

$$\frac{d\hat{e}_\theta}{dt} = -\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\hat{\imath} - \sin\theta\frac{d\theta}{dt}\hat{\jmath} = -\dot{\theta}\,\hat{e}_r$$

Logo

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{r}\,\hat{e}_r + r\,\frac{d\hat{e}_r}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v} = \dot{r}\,\hat{e}_r + r\dot{\theta}\,\hat{e}_\theta}$$

e

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{r}\,\hat{e}_r + \dot{r}\,\frac{d\hat{e}_r}{dt} + (\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\,\hat{e}_\theta + r\dot{\theta}\,\frac{d\hat{e}_\theta}{dt}$$

$$= \ddot{r}\,\hat{e}_r + 2\dot{r}\dot{\theta}\,\hat{e}_\theta + r\ddot{\theta}\,\hat{e}_\theta - r\dot{\theta}^2\,\hat{e}_r$$

$$\boxed{\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\hat{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\,\hat{e}_\theta}$$

aceleração radial

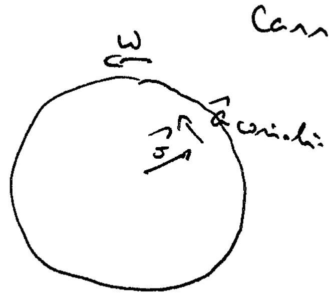
aceleração centrípeta

aceleração angular

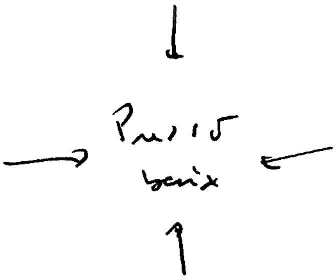
aceleração de Coriolis

↓

aparece no carrossel

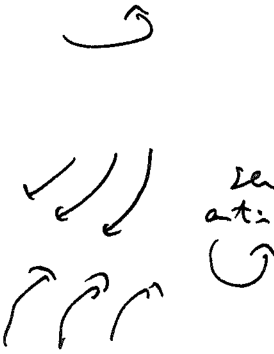


Ventos



Pressão baixa

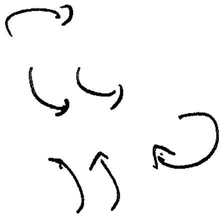
rotação da Terra



sentido anti-horário

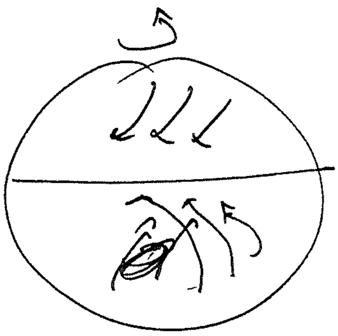
No hemisfério norte

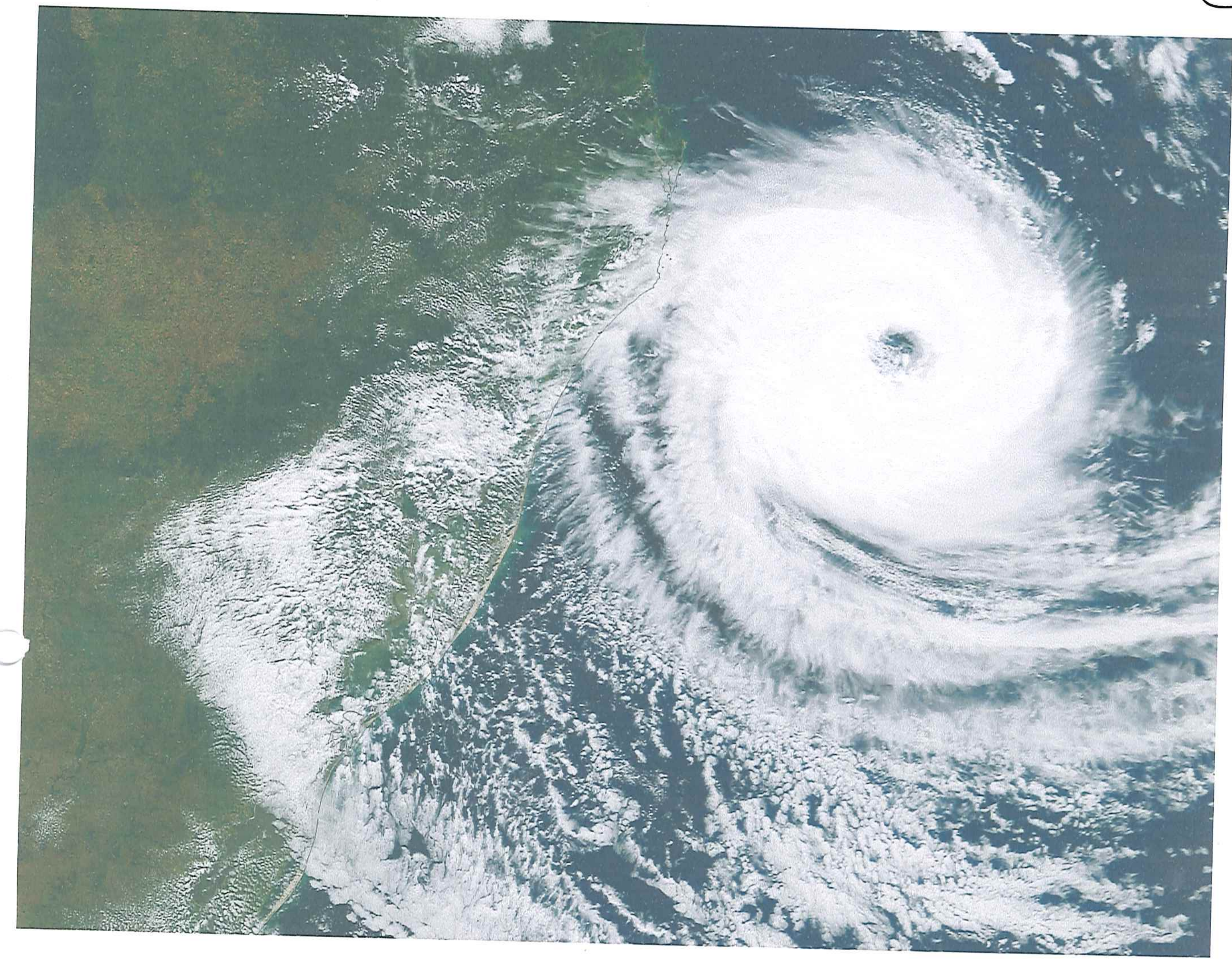
hemisfério sul



sentido horário

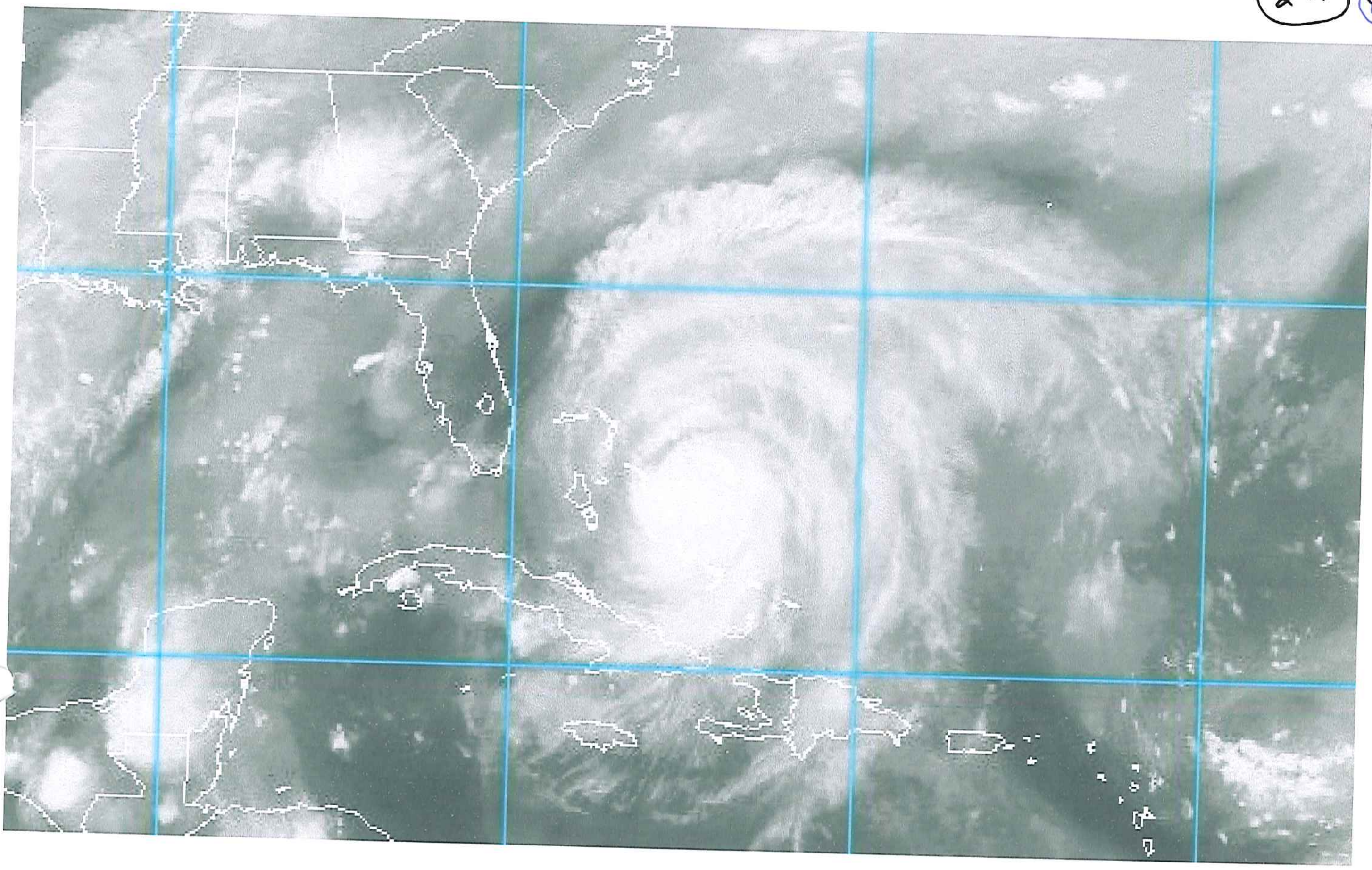
Vento que vem dos polos





Costa Santa Catarina

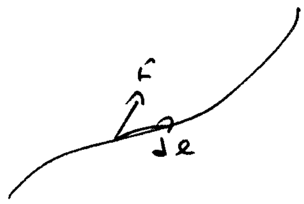
25.6



Costa Flórida

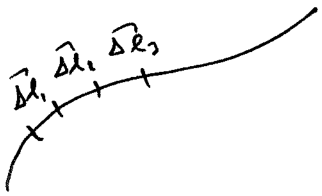
Integral de linha

$$I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$$



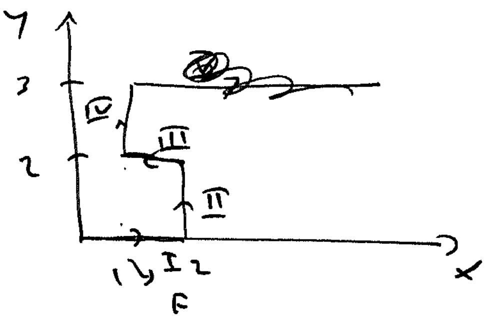
$\vec{F}$ = dado em cada ponto da curva

$d\vec{l}$ = deslocamento tangencial à curva



$$I = \lim_{\Delta \vec{l}_i \to 0} \sum \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{l}_i$$

Ex:
$$\vec{F} = y\,\hat{i} - x\,\hat{j}$$



I $\quad \vec{F} = -x\,\hat{j}$, $\quad d\vec{l} = dx\,\hat{i}$, $\quad \vec{F}\cdot d\vec{l} = 0$

II $\quad \vec{F} = y\,\hat{i} - 2\,\hat{j}$ $\quad d\vec{l} = dy\,\hat{j}$, $\quad \vec{F}\cdot d\vec{l} = -2\,dy$

III $\quad \vec{F} = 2\,\hat{i} - x\,\hat{j}$ $\quad d\vec{l} = -dx\,\hat{i}$ $\quad \vec{F}\cdot d\vec{l} = -2\,dx$

IV $\quad \vec{F} = y\,\hat{i} - \hat{j}$ $\quad d\vec{l} = dy\,\hat{j}$ $\quad \vec{F}\cdot d\vec{l} = -dy$

$$I_{I} = 0$$

$$I_{II} = \int_0^2 -2\,dy = -4$$

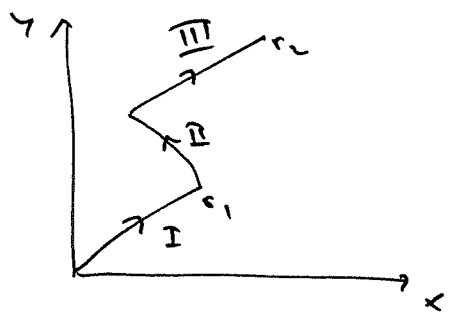
$$I_{III} = \int_2^1 dx(-2) = 2\int_1^2 dx = 2$$

$$I_{IV} = \int_2^3 -dy = -1$$

Log $\int_C \vec{F}\cdot d\vec{l} = -3$

Exempel 2:

$$\vec{F} = F_r\,\hat{e}_r$$



I, $d\vec{l} = dr\,\hat{e}_r$

II $d\vec{l} = r\,d\theta\,\hat{e}_\theta$

III $d\vec{l} = dr\,\hat{e}_r$

$$\int_C \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_0^{r_1} F_r\,dr + 0 + \int_{r_1}^{r_2} F_r\,dr$$

$$= F_r(r_1 + r_2 - r_1) = F_r\,r_2$$