OSCILAÇÕES AMORTECIDAS

76 • Um corpo de 2,00 kg oscila preso a uma mola, com uma amplitude inicial de 3,00 cm. A constante de força da mola é 400 N/m. Determine (*a*) o período e (*b*) a energia total inicial. (*c*) Se a energia diminui 1 por cento a cada período, determine a constante de amortecimento linear b e o fator Q.

77 •• Mostre que a razão entre as amplitudes de duas oscilações sucessivas é constante para um oscilador linearmente amortecido.

78 •• Um oscilador tem um período de 3,00 s. Sua amplitude diminui 5,00 por cento em cada ciclo. (*a*) De quanto diminui sua energia mecânica em cada ciclo? (*b*) Qual é a constante de tempo τ? (*c*) Qual é o fator Q?

79 •• Um oscilador linearmente amortecido possui um fator Q igual a 20. (*a*) Qual é a fração de redução da energia, em cada ciclo? (*b*) Use a Equação 14-40 para determinar a diferença percentual entre ω' e ω_0. *Dica: Use a aproximação* $(1 + x)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x$, *para x pequeno.*

80 •• Um sistema massa–mola linearmente amortecido oscila a 200 Hz. A constante de tempo do sistema é 2,0 s. Em $t = 0$, a amplitude de oscilação é 6,0 cm e a energia do sistema oscilante é 60 J. (*a*) Quais são as amplitudes de oscilação em $t = 2,0$ s e em $t = 4,0$ s? (*b*) Quanta energia é dissipada no primeiro intervalo de 2 segundos e no segundo intervalo de 2 segundos?

81 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Sismólogos e geólogos constataram que a Terra vibra com um período de ressonância de 54 min e um fator Q de cerca de 400. Após um grande terremoto, a Terra continua vibrando por até 2 meses. (*a*) Determine a porcentagem de energia de vibração perdida em cada ciclo, devido às forças de amortecimento. (*b*) Mostre que, após n períodos, a energia de vibração é dada por $E_n = (0,984)^n E_0$, onde E_0 é a energia original. (*c*) Se a energia de vibração original de um terremoto é E_0, quanto vale a energia após 2,0 dias?

82 ••• Um pêndulo, em seu laboratório de física, tem um comprimento de 75 cm e uma bolinha de 15 g de massa. Para iniciar o balanço da bolinha, você coloca um ventilador próximo à ela, soprando uma corrente horizontal de ar. Enquanto o ventilador está ligado, a bolinha fica em equilíbrio com o pêndulo deslocado de um ângulo de 5,0° com a vertical. O vento é soprado pelo ventilador a 7,0 m/s. Você desliga o ventilador e deixa que o pêndulo oscile. (*a*) Supondo que a força de arraste do ar seja da forma $-bv$, determine a constante de tempo de decaimento τ deste pêndulo. (*b*) Quanto tempo levará para a amplitude do pêndulo chegar a 1,0°?

83 ••• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Você deve monitorar a viscosidade de óleos, em uma indústria, e determina a viscosidade de um óleo usando o seguinte método: A viscosidade de um fluido pode ser medida determinando-se o tempo de decaimento das oscilações para um oscilador de propriedades conhecidas e que esteja operando mergulhado no fluido. Desde que a rapidez do oscilador dentro do fluido seja relativamente pequena, de forma a evitar turbulência, a força de arraste do fluido sobre uma esfera é proporcional à rapidez v da esfera, em relação ao fluido: $F_r = 6\pi a\eta v$, onde η é a viscosidade do fluido e a é o raio da esfera. Assim, a constante b é dada por $6\pi a\eta$. Suponha que seu aparato consista em uma mola rija de constante de força igual a 350 N/cm e de uma esfera de ouro (6,00 cm de raio) pendurada na mola. (*a*) Qual é a viscosidade que você mede, para o óleo, se o tempo de decaimento para este sistema é 2,80 s? (*b*) Qual é o fator Q do sistema?

OSCILAÇÕES FORÇADAS E RESSONÂNCIA

84 • Um oscilador linearmente amortecido perde 2,00 por cento de sua energia em cada ciclo. (*a*) Qual é o seu fator Q? (*b*) Se sua freqüência de ressonância é 300 Hz, qual é a largura da curva de ressonância $\Delta\omega$ quando o oscilador é excitado?

85 • Determine a freqüência de ressonância para cada um dos três sistemas mostrados na Figura 14-33.

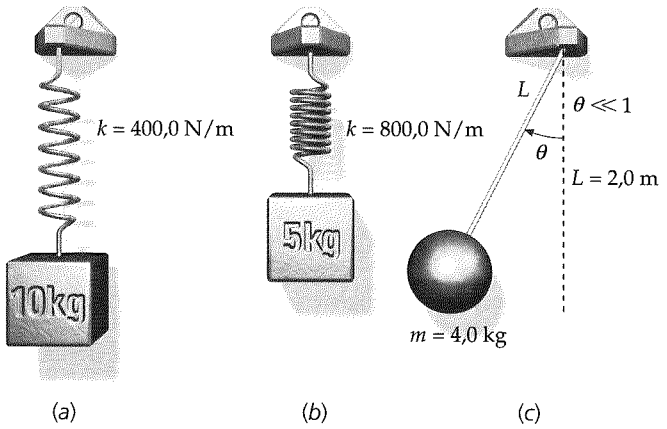

FIGURA 14-33 Problema 85

86 •• Um oscilador amortecido perde 3,50 por cento de sua energia a cada ciclo. (*a*) Quantos ciclos decorrem, até que metade de sua energia seja dissipada? (*b*) Qual é o seu fator Q? (*c*) Se a freqüência natural é 100 Hz, qual é a largura da curva de ressonância quando o oscilador é excitado por uma força senoidal?

87 •• Um corpo de 2,00 kg oscila preso a uma mola que tem uma constante de força igual a 400 N/m. A constante de amortecimento linear vale $b = 2,00$ kg/s. O sistema é excitado por uma força senoidal de valor máximo igual a 10,0 N e freqüência angular $\omega = 10,0$ rad/s. (*a*) Qual é a amplitude das oscilações? (*b*) Se a freqüência de excitação varia, em que freqüência ocorrerá ressonância? (*c*) Qual é a amplitude de oscilação na ressonância? (*d*) Qual é a largura da curva de ressonância $\Delta\omega$?

88 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Suponha que você tenha o mesmo aparato descrito no Problema 83, com a mesma esfera de ouro, agora pendurada em uma mola menos rija, com uma constante de força de apenas 35,0 N/cm. Você estudou a viscosidade do etileno glicol com este equipamento e encontrou uma viscosidade de 19,9 mPa · s. Agora, você decide excitar este sistema com uma força externa oscilante. (*a*) Se a magnitude da força de excitação sobre o equipamento é de 0,110 N, e o equipamento é excitado em ressonância, qual será a amplitude da oscilação resultante? (*b*) Se o sistema não fosse excitado, mas largado oscilando, que porcentagem de sua energia seria perdida em cada ciclo?

PROBLEMAS GERAIS

89 • **VÁRIOS PASSOS** O deslocamento de uma partícula a partir do equilíbrio é dado por $x(t) = 0,40\cos(3,0t + \pi/4)$, com x em metros e t em segundos. (*a*) Determine a freqüência f e o período T deste movimento. (*b*) Encontre uma expressão para a velocidade da partícula como função do tempo. (*c*) Qual é a sua rapidez máxima?

90 • **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Um astronauta chega a um novo planeta e utiliza um instrumento simples para determinar a aceleração da gravidade local. Antes de chegar, ele tinha registrado que o raio do planeta era de 7550 km. Se o seu pêndulo simples de 0,500 m de comprimento tem um período de 1,0 s, qual é a massa do planeta?

91 •• Um relógio de pêndulo marca a hora certa na superfície da Terra. Em qual caso o erro será maior: se o relógio for levado para uma mina de profundidade h, ou se ele for levantado até uma altura h? Prove sua resposta e suponha $h \ll R_T$.

92 •• A Figura 14-34 mostra um pêndulo de comprimento L com uma bolinha de massa M. A bolinha é presa a uma mola de constante de força k, como mostrado. Quando a bolinha está diretamente abaixo do suporte do pêndulo, a mola está frouxa. (*a*) Deduza uma expressão para o período de oscilação do sistema para pequenas amplitudes de vibração. (*b*) Suponha $M = 1{,}00$ kg e L tal que, na ausência da mola, o período é 2,00 s. Qual é a constante de força k, se o período de oscilação do sistema é 1,00 s?

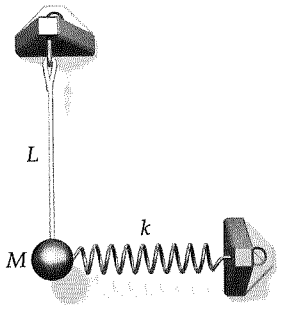

FIGURA 14-34 Problema 92

93 •• Um bloco, de massa m_1, está apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito. O bloco, que está preso a uma extremidade de uma mola horizontal de constante de força k, oscila com uma amplitude A. Quando a mola está distendida ao máximo e o bloco está instantaneamente em repouso, um segundo bloco, de massa m_2, é colocado sobre o primeiro. (*a*) Qual é o menor valor do coeficiente de atrito estático μ_e para o qual o segundo bloco não escorrega sobre o primeiro? (*b*) Explique como a energia mecânica total E, a amplitude A, a freqüência angular ω e o período T do sistema são afetados pela colocação de m_2 sobre m_1, supondo que o coeficiente de atrito seja grande o suficiente para evitar escorregamento.

94 •• Uma caixa de 100 kg está pendurada do teto de uma sala — suspensa por uma mola com uma constante de força de 500 N/m. O comprimento da mola frouxa é 0,500 m. (*a*) Determine a posição de equilíbrio da caixa. (*b*) Uma mola idêntica é esticada e presa ao teto e à caixa, paralelamente à primeira mola. Determine a freqüência das oscilações quando a caixa é liberada. (*c*) Qual é a nova posição de equilíbrio da caixa quando atinge o repouso?

95 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** A aceleração da gravidade g varia com a localização geográfica devido à rotação da Terra e porque a Terra não é perfeitamente esférica. Isto foi constatado pela primeira vez no século XVII, quando se observou que um relógio de pêndulo cuidadosamente regulado para dar a hora certa em Paris se atrasava cerca de 90 s por dia próximo ao equador. (*a*) Mostre, usando a aproximação diferencial, que uma pequena variação da aceleração da gravidade Δg produz uma pequena variação no período ΔT de um pêndulo, dada por $\Delta T/T \approx -\frac{1}{2}\Delta g/g$. (*b*) Que variação de g é necessária para provocar uma variação no período de 90 s por dia?

96 •• Um pequeno bloco de massa igual a m_1 está sobre um pistão que vibra, verticalmente, em movimento harmônico simples descrito pela fórmula $y = A \operatorname{sen} \omega t$. (*a*) Mostre que o bloco abandonará o pistão se $\omega^2 A > g$. (*b*) Se $\omega^2 A = 3g$ e $A = 15$ cm, em que momento o bloco abandonará o pistão?

97 •• Mostre que, nas situações mostradas na Figura 14-35*a* e 14-35*b*, o corpo oscila com uma freqüência $f = (1/2\pi)\sqrt{k_{ef}/m}$, onde k_{ef} é dado por (*a*) $k_{ef} = k_1 + k_2$ e (*b*) $1/k_{ef} = 1/k_1 + 1/k_2$. *Dica: Determine a magnitude da força resultante F sobre o corpo para um pequeno deslocamento x e escreva* $F = -k_{ef}\,x$. *Note que na Parte (b) as molas são distendidas de quantidades diferentes, cuja soma é x.*

98 •• **RICO EM CONTEXTO** Durante um terremoto, um piso horizontal oscila horizontalmente em um movimento harmônico simples aproximado. Suponha que ele oscile em uma única freqüência, com

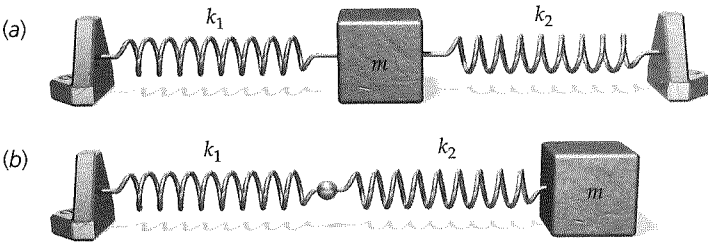

FIGURA 14-35 Problema 97

0,80 s de período. (*a*) Após o terremoto, você examina o vídeo do piso em movimento e verifica que uma caixa sobre o piso começou a escorregar quando a amplitude atingiu 10 cm. De posse destes dados, determine o coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso. (*b*) Se o coeficiente de atrito entre a caixa e o piso for 0,40, qual será a amplitude máxima de vibração antes da caixa escorregar?

99 •• Se prendermos dois blocos, de massas m_1 e m_2, a cada uma das extremidades de uma mola de constante de força k, e os fizermos oscilar largando-os do repouso após distender a mola, mostre que a freqüência de oscilação é dada por $\omega = (k/\mu)^{1/2}$, onde $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ é a massa reduzida do sistema.

100 •• Você verifica, no laboratório de química, que um dos modos de vibração da molécula de HCl tem uma freqüência de $8{,}969 \times 10^{13}$ Hz. Usando o resultado do Problema 99, determine a "constante de mola efetiva" entre os átomos de H e de Cl na molécula de HCl.

101 •• Se um átomo de hidrogênio no HCl fosse substituído por um átomo de deutério (formando o DCl), no Problema 100, qual seria a nova freqüência de vibração da molécula? O deutério consiste em 1 próton e 1 nêutron.

102 ••• **PLANILHA ELETRÔNICA** Um bloco, de massa m, em repouso sobre uma mesa horizontal, é preso a uma mola que tem uma constante de força k, como mostrado na Figura 14-36. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa é μ_c. A mola está frouxa se o bloco está na origem ($x = 0$) e o sentido $+x$ é para a direita. A mola é distendida de um comprimento A, com $kA > \mu_c mg$, e o bloco é liberado. (*a*) Aplique a segunda lei de Newton ao bloco para obter uma equação para sua aceleração d^2x/dt^2 durante o primeiro meio ciclo, quando o bloco se move para a esquerda. Mostre que esta equação pode ser escrita como $d^2x'/dt^2 = -\omega^2 x'$, onde $\omega = \sqrt{k/m}$ e $x' = x - x_0$, com $x_0 = \mu_c mg/k = \mu_c g/\omega^2$. (*b*) Repita a Parte (*a*) para o segundo meio ciclo, quando o bloco se move para a direita e mostre que $d^2x''/dt^2 = -\omega^2 x''$, onde $x'' = x + x_0$ e x_0 tem o mesmo valor. (*c*) Use uma **planilha eletrônica** para plotar os cinco primeiros meios ciclos, com $A = 10x_0$. Descreva o movimento, se existente, após o quinto meio ciclo.

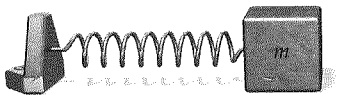

FIGURA 14-36 Problema 102

103 ••• A Figura 14-37 mostra um meio cilindro maciço e homogêneo, de massa M e raio R, em repouso sobre uma superfície horizontal. Se um dos lados deste sólido for ligeiramente empurrado para baixo e largado, ele oscilará em torno de sua posição de equilíbrio. Determine o período desta oscilação.

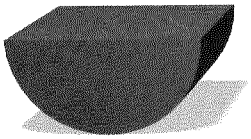

FIGURA 14-37 Problema 103