# Lista 4 - 7600041 - Física Estatística FCI0319

1. Reif: 9.1, 9.3, 9.4, 9.5, 9.9, 9.10

2. **Férmions ou bósons?**
   Classifique os seguintes átomos neutros como férmions ou bósons: $^{23}$Na, $^{40}$K, $^{87}$Rb.

3. **Contando estados**
   Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert consiste de 3 estados ortonormais $|n\rangle$, com $n = 1, 2, 3$. Além disso, 3 partículas não interagentes ocupam esses estados. Determine quantos estados físicos distintos existem quando as três partículas são:

   (a) 3 férmions idênticos.
   (b) 3 bósons idênticos.
   (c) 2 férmions idênticos e 1 bóson.
   (d) 3 férmions distintos.

4. **"Atratividade" de bósons não interagentes**
   No limite de altas temperaturas, podemos aproximar a distribuição de Bose-Einstein por $n(\epsilon) = [e^{\beta(\epsilon-\mu)}-1]^{-1} \approx e^{-\beta(\epsilon-\mu)}(1 + e^{-\beta(\epsilon-\mu)})$, onde mantemos a primeira correção ao resultado clássico da distribuição de Maxwell-Boltzmann. Usando essa aproximação juntamente com o resultado $\overline{p}V = \frac{2}{3}\overline{E}$ (Reif: prob. 9.5), mostre que a primeira correção à equação de estado do gás ideal clássico para bósons com massa $m$ é da forma

$$pV = Nk_BT\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\pi\hbar^2}{mk_BT}\right)^{3/2}\frac{N}{V}\right].$$

   Note que a redução da pressão decorre da estatística quântica (em outras palavras, do postulado de simetrização para bósons) e não de efeitos de interação atrativa.

5. **Corpo negro bidimensional**

   (a) Deduza a lei de radiação de Planck [vide Eq. (9.13.10) do Reif] para fótons que se movem em duas dimensões.
   (b) Usando o resultado do item anterior, deduza a versão bidimensional da lei de Stefan-Boltzmann.

6. **Plasma solar**
   O plasma no interior do Sol tem as seguintes propriedades: temperatura $T = 1.6\times10^7$ K, densidade de hidrogênio $\rho_{\rm H} = 6 \times 10^4\,{\rm kg/m^3}$, densidade de hélio $\rho_{\rm He} = 1 \times 10^5\,{\rm kg/m^3}$. Assumindo que o gás é não interagente,

   (a) determine se os elétrons, prótons e partículas $\alpha$ (núcleos de hélio) no plasma estão no regime de gás não degenerado (clássico) ou degenerado (quântico);
   (b) estime a pressão total do gás de partículas no interior do Sol;
   (c) estime a pressão de radiação e compare com o resultado do item (b).

7. **Ausência de condensados livres em baixas dimensões**
   Mostre que a temperatura de condensação para bósons em duas dimensões é nula (e portanto não existe condensação de Bose-Einstein para um gás bidimensional uniforme no limite termodinâmico) [1].

8. **Calor específico de um condensado**
   (Salinas, cap. 10, prob. 1.) Considere um sistema de $N$ bósons não-interagentes com massa $m$ e spin nulo ocupando um volume $V$.

   (a) Deduza as expressões para a entropia acima e abaixo da temperatura de condensação $T_c$.
   (b) A partir da expressão para a entropia, calcule o calor específico a volume constante abaixo e acima de $T_c$.
   (c) Faça um gráfico do calor específico em função da temperatura.

---

[1] Entretanto, é possível ter condensados em baixas dimensões se o gás estiver armadilhado.