Lista 3 - 7600041 - Mecânica Estatística

1. Reif: 7.2, 7.3, 7.5, 7.6, 7.9, 7.10, 7.14, 7.15, 7.20

2. **Gás ideal em 2D (ou em show de rock?)**
O movimento de pessoas em um "mosh pit" em shows de heavy metal é descrito pela distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann em 2D. [1]

   (a) Refaça a dedução da distribuição da magnitude da velocidade $F(v)\mathrm{d}v$ para o caso bidimensional. Faça um gráfico esquemático de $F(v)$ e compare com a fig. 7.10.3 do Reif? (Grafique os as duas curvas num mesmo gráfico e compare os valores médios, de máximos e rms.)

   (b) Calcule a temperatura efetiva em função da velocidade quadrática média $\overline{v^2}$ e da massa m dos roqueiros.

3. **Contato térmico e químico, e a indistinguibilidade das partículas**
Em sala de aula, argumentamos que a equivalência entre ensembles micro e grande canônico é justificada porque a distribuição de energia e partículas do sistema em contato com o reservatório de calor e partículas é estreita. Desejamos verificar isso para um gás ideal monoatômico. Considere que esse gás está isolado num recipiente de volume V e contém N partículas e a energia total é E. Imagine uma partição imaginária que divide o recipiente em duas partes de volumes complementares V_A e $V - V_A$ fixos e macroscópicos. Dizemos então que os gases nas partições A e B estão em contato térmico e químico. Para as questões que se seguem, use que o número de partículas N_A e $N - N_A$ são muito grandes e que $\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{\sqrt{2\pi n}} \left(\frac{e}{n}\right)^n = 1$.

   (a) Sem fazer nenhuma conta, qual o resultado esperado para o $\overline{N_A}$ e $\overline{E_A}$ como função de V_A e V?

   (b) Considere que as partículas são distinguíveis. Calcule o número de estados acessíveis $\Omega(E, N, V)$, ou seja, calcule a função partição do microcanônico.

   (c) Sendo que $\Omega(E, N, V) = \sum_{E_A,N_A} \Omega_A(E_A, N_A, V_A)\Omega_B(E - E_A, N - N_A, V - V_A)$, ache qual o microestado de A mais provável (E_A^*, N_A^*, V_A).

   (d) O valor de E_A^* faz sentido? E o de N_A^*?

   (e) Repita o item 3b agora considereando que as partículas são indistinguíveis e ache o microestado de A mais provável (E'_A, N'_A, V_A). Os valores de E'_A e N'_A fazem sentido?

   (f) Expandindo $\ln P(E_A, N_A) \propto \ln \Omega_A(E_A, N_A, V_A)\Omega_B(E - E_A, N - N_A, V - V_A)$ em torno de (E'_A, N'_A) até segunda ordem, calcule as variâncias $(\Delta E_A)^2$ e $(\Delta N_A)^2$ e mostre que $P(E_A, N_A)$ se aproxima de uma delta de Dirac no limite termodinâmico. Grafique esquematicamente $P(E_A, N_A)$.

4. **Oscilador harmônico deslocado da origem**
(Salinas, cap. 6, prob. 5.) Considere um gás clássico de N moléculas fracamente interagentes em equilíbrio térmico na temperatura T e na presença de um campo elétrico $\mathbf{E}$. Como não há momento de dipolo permanente, qualquer polarização será induzida pelo campo. Podemos então supor que o Hamiltoniano de cada molécula seja dado pela soma de um termo de translação com um "termo interno". Esse termo interno consiste de uma energia elástica, isotrópica, que tende a preservar a forma da molécula, e de uma interação com o campo: $H_{\text{int}} = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 - q\mathbf{E}\cdot\mathbf{r}$, onde ω é uma frequência natural de oscilação, q representa as cargas internas, e o vetor $\mathbf{r}$ representa um deslocamento relativo entre elas tal que o momento de dipolo elétrico é $\mathbf{p} = q\mathbf{r}$. Calcule a polarização por molécula e a susceptibilidade elétrica em função de $\mathbf{E}$ e T.

---

[1] Veja http://arxiv.org/abs/1302.1886.