Instituto de Física e Química de São Carlos
Departamento de Física e Ciência dos Materiais
Laboratório Avançado de Física

DECAIMENTO RADIOATIVO E ESTATÍSTICA

I. INTRODUÇÃO

Esta prática é voltada à análise do decaimento radioativo de um elemento e ao modelamento matemático da frequência de emissão por intervalo de tempo, utilizando análise estatística (teste do chi-quadrado). Para poder executá-la:

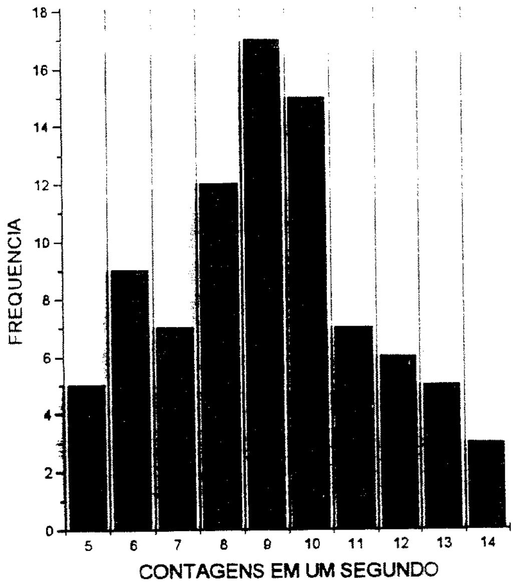
1) reveja o conceito de decaimento radioativo (alfa e beta); a literatura recomendada é:
   R. Leighton "Principles of Modern Physics" cap 15
   R. Eisberg; R. Resnick "Física Quântica" cap 16
2) leia o cap. 1 do Reif "Fundamental of Statistical and Thermal Physics", sobre distribuição de Gauss e Poisson

"ATENÇÃO"

- Nesta prática serão utilizadas fontes radioativas e equipamentos de alta tensão. AS NORMAS DE SEGURANÇA PERTINENTES DEVERÃO SER RESPEITADAS. Em caso de dúvida, chame o professor ou o técnico.
- Siga cuidadosamente as instruções de uso do contador de pulsos; caso note alguma anomalia, avise o técnico ou professor responsável.

II. OBJETIVO

Quando uma medida esta sendo feita, ela sempre aparece associada a algum tipo de erro. Geralmente esses erros provêem da precisão finita dos instrumentos ou de alguma "pequena" falta de cuidado do experimentador (voce já aprendeu isto no laboratório de Física I !). Porém, o que ocorre se o sistema (ou grandeza) que desejamos medir apresentar "ruido", flutuações intrínsecas? Por exemplo, vamos supor que alguém (um professor, ou seu orientador; vamos denominá-lo "cliente") peça a você que meça a taxa de emissão de radiação de uma determinada fonte radiativa, utilizando um contador Geiger (o mesmo tipo de contador que é usado nos experimentos de R-X, aqui no laboratório). Talvez sua primeira idéia fosse simplesmente medir o número de pulsos que o contador detecta em um segundo (já que a taxa de emissão é definida pelo número de contagens por segundo). Voce mede uma vez, e determina um valor; por exemplo, 10. Aí, só para ter **certeza** de sua medida, voce a repete mais uma vez (uma atitude honesta e necessária em Física!). Bem, **muito** provavelmente seu novo valor será diferente (talvez, digamos, 13). Repetindo essa medida muitas vezes, você poderá construir um gráfico com o número de vezes que cada valor de contagem por segundo apareceu. Esse seria um gráfico de **distribuição** de medidas.



Bem, voce entrega esse gráfico ao "cliente" mas ouve uma pergunta terrível:" Caso as medidas fossem feitas em intervalos de **dez** segundos, e o número de contagens dividido por dez, seria o gráfico de distribuição diferente?".

É lógico que uma reação humana normal à essa pergunta seria a de atirar o gráfico na pessoa que a fez (a pergunta), Mas, imbuído do maior espírito de questionamento e vontade de aprender, o profissional de Física deve agradecer a pergunta, pois esta irá permitir a ele um melhor entendimento da Natureza. E aí começamos.

O nosso objetivo nesta prática é exatamente o de estudar o comportamento de um sistema que tem, como fonte de erro, somente propriedades intrínsecas de flutuação; portanto, a menos que o experimentador seja **muito** ruim, erros sistemáticos e instrumentais estarão descartados aqui.

Esse sistema "ruidoso" é constituído de uma fonte radioativa (que pode ser emissora de alfa, beta ou gama), um detector de radiação (o contador Geiger) e uma fonte de tensão e amplificador, além de um contador de pulsos com relógio.

Com esse sistema, você deverá executar medida de pulsos em intervalos de um, dez e cem segundos, e fazer um histograma da frequência das medidas em função destas. Logo abaixo esse ponto será melhor discutido.

Porém, não paramos aí: queremos saber também qual o **tipo** de função que descreve melhor a distribuição de medidas **para cada caso** (um, dez e cem segundos)! As duas candidatas serão:

- a distribuição normal, ou Gaussiana. Sua expressão matemática é

$$F(k_i)\ \Delta k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma}\ EXP\left(-\ \frac{(k_i - \mu)^2}{2\ \sigma^2}\right)\ \Delta k$$

- a distribuição de Poisson:

$$F(k_i)\ \Delta k = \frac{e^{-\mu}\ (\mu)^{k_i}}{(k_i)\,!}\ \Delta k$$

$2,61\times10^{-35}$

Aquí, Δk é a largura da barra do histograma, e k_i o valor médio de cada uma das barras (lembrar que esses valôres **sempre** deverão ser

$1,4943\times10^{-78}$

$e^{-\mu} = e^{\mu}$

inteiros!). O produto $F(k_i)\ \Delta k$ é proporcional ao número de contagens no intervalo; de fato, esse produto é igual à **fração** das contagens no intervalo (ou seja, contagens no intervalo por total de contagens).

O critério para decidir (lógicamente em base científica) qual destas duas distribuições se ajusta melhor aos dados experimentais será o teste do Chi-quadrado, o que implica em calcular a grandeza:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{h} \frac{(n_i - N\,F(k_i)\,\Delta k)^2}{N\,F(k_i)\,\Delta k}$$

para cada distribuição-modelo, usando os dados experimentais (onde n_i é o número de contagens no intervalo i, obtida experimentalmente; h o número de classes, ou barras do histograma; N o número total de medidas feitas). Isto para os tres grupos de dados. Um pequeno problema: só podem ser considerados os intervalos onde n_i **e** $N\ F(k_i)\ \Delta k$ forem maiores que **CINCO.**

III. DESCRIÇÃO DO SISTEMA

Seu equipamento é constituído das seguintes partes:

- fonte de radiação e detector, em uma caixa de chumbo (para blindagem da radiação). Esta caixa é denominada "castelo".
- fonte de alta tensão e amplificador de pulsos, em uma só unidade (Leybold)
- contador de pulsos com cronômetro.

O mesmo cabo que alimenta o detector com alta tensão transporta o sinal (pulsos), gerados neste pela radiação da fonte[1]. Esses pulsos são amplificads e enviados ao contador. A ligação elétrica é simples (e já está feita). Caso voce tenha alguma dúvida, chame o professor ou técnico.

[1] Ver prática sobre o detector Geiger-Müller

IV. PROCEDIMENTO

1. Anote o tipo de fonte radioativa e eventuais máscaras que tenham sido colocadas no castelo.
2. Leia cuidadosamente o manual do contador (se disponível)
3. Ajuste o sistema para contagens por períodos de um, dez e cem segundos; para cada um destes ajustes, faça o número de medidas necessárias para o teste estatístico desejado. Para tanto, tome inicialmente um grupo de 100 medidas e calcule :

$$\mu \approx \bar{x} = \sum_k \frac{k \cdot (numero\ de\ contagens)}{100}$$

e:

$$\sigma^2 \approx s^2 = \sum_k \frac{(k-\mu)^2 \cdot (numero\ de\ contagens)}{100-1}$$

O número de contagens aquí se refere às que apresentam aquele particular valôr de k. O "100" é o número **total** de contagens. Estas grandezas são calculadas automáticamente na maioria das calculadoras de bolso, com função estatística. Voce deverá trabalhar com pelo menos treze barras no histograma ($h \geq 13$). Com isto, voce contará com pelo menos treze classes para o cálculo de chi-quadrado. **Isto é o mínimo necessário!** Para conseguir isso, tome o **número inteiro ímpar** mais próximo de $(2\sigma)\div 10$; esta será a largura da barra do histograma! Em seguida, tomando o valôr $k_7 \approx \mu$ (k_7 deve ser o inteiro mais próximo de μ) voce tera: $k_6 = k_7$-largura,.., sucesivamente para 5,4,3, e $k_8 = k_7$+largura,..., para 9, 10.. A seguir, verifique se seus dados já cumpriram a outra condição mínima: <u>pelo menos cinco contagens por intervalo</u>. Caso isso não tenha sido atingido (e em alguns casos cem contagens não serão suficientes), faça mais um grupo de cem contagens. Mas atenção:não demore muito, para que as condições experimentais não mudem, impossibilitando a utilização do antigo grupo de medidas!! É evidente que quanto maior número de medidas por intervalo melhor será o resultado.

4. Atingidas as condições mínimas para o teste, calcule o valor de X-quadrado para cada uma das distribuições (usando os dados experimentais) e adote como mais adequada a de **menor** valor para X-quadrado.

EXEMPLO

Um grupo de 100 medidas foi feito, tendo sido obtidas as seguintes contagens (grupo 1):

contagens	grupo 1	grupo 1 + grupo 2
71	1	1
72	1	1
73	5	7
74	3	7
75	5	8
76	9	10
77	7	16
78	12	18
79	17	22
80	15	28
81	7	19
82	8	16
83	5	10
84	3	11
85	1	9
86	1	9
87	0	4
88	0	2
89	0	1
90	0	1

Calculou-se a média e o desvio-padrão dos resultados do grupo 1, e os resultados foram:

$$\mu = \overline{x} = 78.6$$

$$\sigma^2 = s^2 = 9$$

Então, para largura da barra temos:

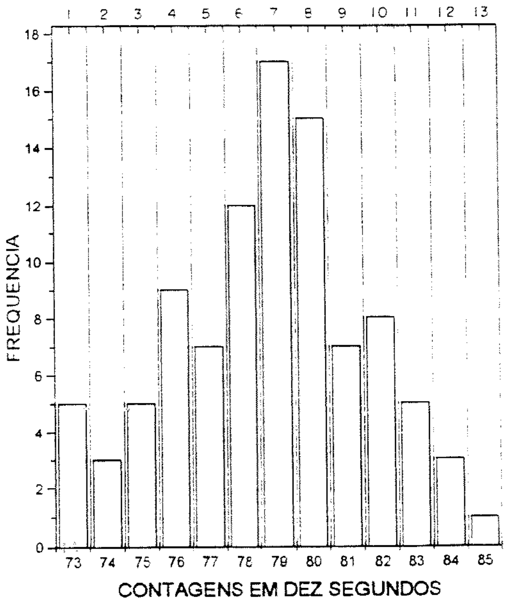
$$\frac{2\ \sigma}{10} = 0.6$$

$$\textit{inteiro impar} = 1 = \Delta k$$

e o valor central (que precisa ser **inteiro**) é:

$$k_7 = 79$$

que é o inteiro mais próximo de 78.6. E com isso, o histograma é construído, com treze barras de largura unitária e centradas em 79 contagens (que é a barra sete).

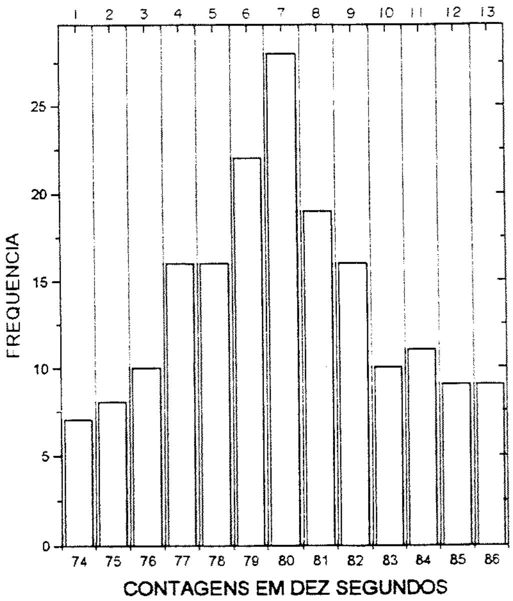


Mas um critério não foi satisfeito: as barras 2, 12 e 13 têm **menos** que cinco contagens, e a barra 1 têm exatamente cinco; quatro das treze **classes** não satisfazem o critério para o teste de chi-quadrado.

A saída para o problema, então, é tomar **mais** dados e adicioná-los aos anteriores (garantida as mesmas condições experimentais).

Isto foi feito, e os resultados estão na terceira coluna da tabela: a soma do grupo 1 e 2.

Para esse novo conjunto, a média é 79.6 e o desvio-padrão 3.7; novamente a largura da barra será um, mas o valor central será 80. E, o que é mais importante, **todas** as treze barras (classes) contêm mais que cinco contagens.



V. EXERCÍCIO

1. Calcule o valôr de X^2 para as distribuições de Poisson e de Gauss utilizando os dados da terceira coluna.

$-(k_i - 79{,}63)^2$ 0,0365

0,1028 e

Heitor C. Basso   Rene A. Carvalho

*** estatist (Word Perfect for Windows / HP-Laser) ***