

Flutuação Estatística

Mabily Bilancieri Rosa - 11965564

Sofia de Freitas Martins - 11810672

Relatório feito para a disciplina de Laboratório Avançado de Física II. Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil. 02 de abril de 2024.

Resumo

Neste relatório, estudamos uma amostra de Césio-137 e como seu decaimento radioativo, por ser um processo estocástico, apresenta flutuações estatísticas. Utilizando ferramentas provenientes da Estatística, foi possível verificar que a desintegração do Césio-137 para um Bário-137, emitindo radiação beta e gama, segue uma distribuição gaussiana, fato verificado pelo valor de $P = 0,66$ e $g_1 = 0,19$. Ademais, vimos que para uma amostra do isótopo com radiação de fundo, as melhores distribuições de tempo foram $t_t = 78.74\text{min}$ e $t_b = 11.25\text{min}$.

Palavras-chave: decaimento radioativo; chi-quadrado; distribuição normal; Césio-137

1 Introdução

1.1 Flutuação estatística

Quando realizamos diversas medidas de uma mesma grandeza sob as mesmas condições, podemos obter resultados levemente diferentes. Essa variação está diretamente ligada à precisão da medição e é chamada de flutuação estatística. Medidas mais precisas apresentam menos flutuações, enquanto medidas menos precisas exibem flutuações mais evidentes. Portanto, a variabilidade está intimamente ligada à confiabilidade das medições. Medidas com alta variabilidade tendem a ser menos confiáveis, já que indicam uma inconsistência nos resultados, enquanto medidas com baixa variabilidade são mais confiáveis, fornecendo um resultado mais consistente e preciso da grandeza em questão.

O decaimento radioativo é um processo aleatório, dessa forma, qualquer medição baseada na observação de emissão da radiação no decaimento nuclear está sujeita a flutuações estatísticas.

1.2 Radiação ionizante e não ionizante

Radiações são ondas eletromagnéticas ou partículas que se propagam com uma determinada velocidade. Dependendo da quantidade de energia, uma radiação pode ser descrita como não ionizante ou ionizante.

Radiação não ionizante possui energia suficiente

para promover a transição eletrônica, mas não para retirar elétrons dos átomos, pois é uma radiação de baixa energia.

A radiação ionizante é um tipo de radiação que contém energia suficiente para ionizar átomos, ou seja, arrancar-lhes elétrons. Esse tipo de radiação pode afetar seres vivos, por isso representa um risco para a saúde.

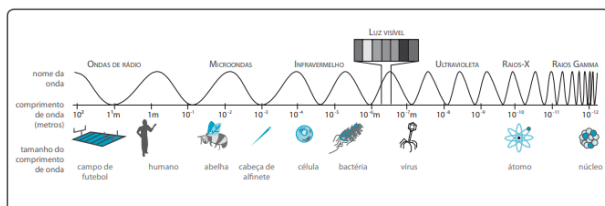


Figura 1: Espectro de radiação eletromagnética. Fonte: Efeitos biológicos da radiação

1.3 Tipos de radiação ionizante

- As partículas α são constituídas por 2 prótons e 2 nêutrons. Elas vêm do decaimento dos elementos radioativos mais pesados, como urânio, rádio e polônio. Embora sejam muito energéticas, são tão pesadas que seu poder de penetração é muito baixo e acabam consumindo a sua energia em distâncias curtas.
- A radiação β é caracterizada pela emissão de partículas semelhantes a elétrons, provenientes do núcleo de um átomo instável. Existem dois ti-

pos de reações de decaimento beta: o decaimento β^+ , que transforma um próton em um nêutron e emite um pósitron (partícula β^+) e um neutrino; e o decaimento β^- , que transforma um nêutron em um próton e emite um elétron (partícula β^-) e um antineutrino. As partículas β^+ têm uma alta chance de interagir com elétrons orbitais, o que resulta na produção de dois fótons de raios gama. Por outro lado, as partículas β^- podem interagir tanto com elétrons orbitais quanto com núcleos atômicos, causando ionização e perdendo energia a cada interação.

Nota: Núcleos instáveis são aqueles que possuem um excesso de energia, seja por excesso de prótons ou de nêutrons. É a instabilidade que torna o núcleo radioativo, porque ele emite partículas ou energia justamente para se livrar da energia excedente, até atingir a estabilidade.

- A radiação γ é formada por ondas eletromagnéticas que são liberadas por núcleos instáveis após a emissão de uma partícula alfa ou beta. Esta liberação de radiação gama acontece quando o radionuclídeo-filho, que acaba de ser formado, ainda tem energia excedente. As ondas gama possuem alta energia e capacidade de penetração, e a sua emissão não muda o número atômico ou o elemento. O que acontece é que o núcleo atinge um estado mais estável, liberando energia na forma de fótons.
- Os raios X, que foram descobertos por Wilhelm Conrad Röntgen em 1895, são fótons ionizantes que são gerados quando elétrons em alta velocidade são desacelerados ao interagir com o núcleo de um átomo. Eles têm uma ampla gama de usos na medicina, tanto para diagnóstico quanto para tratamento, além de muitas outras aplicações. Os raios X têm uma alta capacidade de penetração e são absorvidos de maneira diferente pelos tecidos do corpo humano, o que permite a criação de imagens radiográficas detalhadas.

1.4 Decaimento radioativo

O decaimento radioativo é a emissão de energia na forma de radiação ionizante e ocorre em átomos

instáveis chamados radionuclídeos. Os elementos da tabela periódica podem assumir diversas formas. Algumas destas formas são estáveis e outras formas são instáveis.

Quando decai, um radionuclídeo se transforma em um átomo diferente, chamado de produto de decaimento. Os átomos continuam se transformando em novos produtos de decaimento até atingirem um estado estável e não serem mais radioativos. A maioria dos radionuclídeos decai apenas uma vez antes de se tornarem estáveis.

Nesta prática será exemplificado o decaimento radioativo do Césio-137 (^{137}Cs). Este isótopo radioativo, um subproduto da fissão nuclear, é um emissor de radiação β . Durante o processo de decaimento, os núcleos instáveis do Césio-137 se transformam em núcleos de Bário-137, emitindo partículas β e antineutrinos. Mesmo após a emissão de partículas β , o núcleo resultante pode permanecer instável, levando à emissão de radiação γ para atingir a estabilidade total.

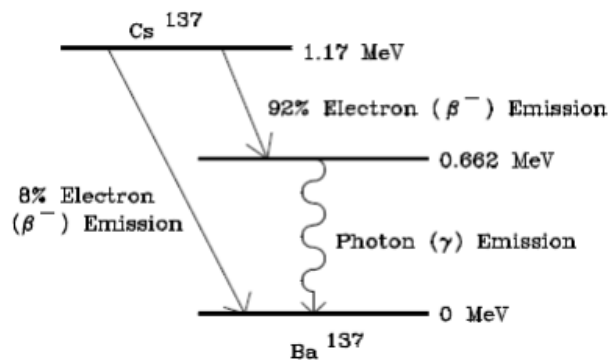


Figura 2: Decaimento Césio-137. Fonte: Apostila de Laboratório Avançado de Física.: *Flutuação Estatística na Desintegração Radioativa*, IFSC, USP, 2012.

1.5 Detecção da radiação ionizante - Detector Geiger-Muller

O detector de Geiger-Muller é muito sensível à radiação ionizante e é frequentemente usado em

aplicações de monitoramento de radiação.

O tubo Geiger é composto por eletrodos, um ânodo e um cátodo e é preenchido por um gás inerte como argônio, hélio ou neônio à baixa pressão, ao qual é aplicada uma voltagem de alta tensão. Quando a partícula ionizante entra no tubo, ela colide com os átomos do gás, arrancando-lhe elétrons, gerando íons positivos e elétrons livres no gás. Devido ao campo elétrico gerado pelos eletrodos, os elétrons livres são acelerados em direção ao ânodo e os íons positivos em direção ao cátodo. Os elétrons acelerados colidem com outros átomos do gás inerte liberando outros elétrons, essa amplificação da ionização é denominada avalanche de Townsend. Essa avalanche produz um pulso de corrente (a sua intensidade está relacionada com a quantidade de radiação ionizante que chega no tubo) que é amplificado e convertido em um sinal digital.

Especificações Tubo Geiger:

- **Tubo GM Leybold 55901:** partículas detectáveis: α, β, γ ; tensão de funcionamento: 450 V; largura do patamar: 200 V; vida: $> 10^{10}$ pulsos; ruído no patamar: 0,2 pulsos/s com blindagem de 50 m de Pb e 30 mm de Al; janela: mica $\phi 9mm$, espessura 2,5 mg/cm^2 ; gás: halógeno.
- **Tubo GM Phywe, tipo A com conector BNC:** Características similares ao da Leybold, ver referência [6].

2 Fundamentos de Estatística

2.1 Caracterização dos dados: média e desvio padrão

O decaimento radioativo é um processo estocástico, portanto a amostra de Césio-137 apresentará flutuações estatísticas, isto é, cada átomo vai possuir uma certa probabilidade em decair em um determinado período de tempo, o que não garante que o mesmo número de átomos decairá em intervalos de tempos iguais. Logo, teremos uma distribuição polinomial, que pode ser reduzida às distribuições de Poisson ou

de Gauss. Nestas distribuições, o desvio padrão pode ser calculado por $\sigma = \sqrt{\bar{n}}$, onde \bar{n} é a média aritmética de uma série de contagens n_1, n_2, \dots, n_N feitas sob as mesmas condições experimentais:

$$\bar{n} = \frac{\sum_1^N n_i}{N} \quad (1)$$

onde n_i são os valores das contagens e N o número de observações. Também podemos obter o desvio padrão de uma soma ou diferença de contagens (2), desvios da contagem média (3), quadrado dos desvios (4), soma dos desvios (5), desvio padrão relacionado ao quadrado dos desvios (6) e desvio médio (7).

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (2)$$

$$\delta_i = |n_i - \bar{n}| \quad (3)$$

$$\delta_i^2 \quad (4)$$

$$\sum \delta_i \quad (5)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{N-1}} \approx \sqrt{\bar{n}} \quad (6)$$

$$d = \frac{\sum \delta_i}{\sqrt{N(N-1)}} \quad (7)$$

2.2 Ritmo de contagens - distribuição do tempo de contagens

O ritmo de contagens é a taxa na qual os átomos emitem partículas subatômicas ou radiação ao longo do tempo. Esse ritmo é frequentemente expresso como o número de eventos de decaimento por unidade de tempo.

$$r = n/t \quad (8)$$

O erro estatístico associado a uma amostra é dado por \sqrt{r} .

O desvio padrão do ritmo de contagem (σ_r) pode ser calculado usando a teoria dos erros:

$$\sigma_r^2 = \left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)^2 \sigma_n^2 \quad (9)$$

Onde, σ_t é o erro na contagem do tempo e σ_n o erro na contagem do decaimento. Considerando que o erro no tempo seja nulo e utilizando da teoria de erros que $\sigma_n = \sqrt{n}$, temos:

$$\sigma_r^2 = \frac{n}{t^2} \Rightarrow \sigma_r = \frac{\sqrt{n}}{t} \Rightarrow \sigma_r = \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (10)$$

O erro porcentual é dado por (quando a radiação de fundo é desprezível):

$$\epsilon = \frac{\sigma_r}{r} = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

Até aqui, não consideramos a contribuição da radiação de fundo. Para incluí-la, teremos os seguintes parâmetros:

r_a - ritmo de contagem da amostra

r_t - ritmo de contagem da amostra mais radiação de fundo

r_b - ritmo de contagem da radiação de fundo

Tem-se que: $r_a = r_t - r_b$

O erro estatístico é dado por:

$$\sigma_a^2 = \sigma_t^2 + \sigma_b^2 \quad (12)$$

Dessa forma:

$$\sigma_{ra} = \sqrt{\frac{n_t}{t_t^2} + \frac{n_b}{t_b^2}} = \sqrt{\frac{r_t}{t_t} + \frac{r_b}{t_b}} \quad (13)$$

Quando o tempo para a realização das medidas da amostra com radiação de fundo e apenas radiação de fundo é limitado, deve-se realizar a distribuição de tempo a fim de minimizar o erro associado à radiação da amostra.

O tempo total para contagem da amostra e da radiação de fundo é dado por:

$$T_t = t_t + t_b \quad (14)$$

Diferenciando a equação a cima, temos:

$$dT_t = dt_t + dt_b = 0 \quad (15)$$

Pois T_t é um tempo fixo para realização das medidas, dessa forma $dt_t = -dt_b$.

Como queremos obter o erro mínimo, devemos derivar a equação (13) e impor a condição de mínimo:

$$2\sigma_{ra}d\sigma_{ra} = -\frac{r_t dt_t}{t_t^2} - \frac{r_b dt_b}{t_b^2} = 0 \quad (16)$$

Assim,

$$\frac{r_t}{r_b} = \frac{t_t^2}{t_b^2} \Rightarrow \frac{t_t}{t_b} = \sqrt{\frac{r_t}{r_b}} \quad (17)$$

2.3 Teste do χ quadrado

O teste do χ quadrado foi inventado em 1900 pelo estatístico Karl Pearson. É utilizado para testar a independência entre duas variáveis categóricas inseridas em um conjunto de dados, avaliando se existe uma associação significativa entre as variáveis. Essa avaliação ocorre por meio da observação de frequências e sua comparação com as frequências esperadas se as variáveis fossem independentes. Se as frequências observadas diferirem significativamente das esperadas, então existe uma possível associação entre as variáveis. O teste é dado por:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - e)^2}{e} \quad (18)$$

onde O é a frequência observada experimentalmente e e a frequência esperada teoricamente. O teste pode ser utilizado para verificar se o decaimento radioativo segue uma distribuição gaussiana utilizando a frequência observada de decaimentos em cada intervalo de tempo. Para isso, definimos χ^2 de tal forma que permite avaliar a probabilidade de um certo conjunto de contagens seguir uma distribuição gaussiana:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{n} - n_i)^2}{\bar{n}} \quad (19)$$

em que N é o número de determinações feitas, n_i o valor da i ésima contagem e \bar{n} o valor médio das contagens. Obtido o valor de χ^2 , recorremos a tabelas de distribuição de χ^2 para encontrar a probabilidade P de obter determinados valores de χ^2

para determinados valores de N . Alternativamente, podemos usar calculadoras estatísticas e computacionais.

Os valores da tabela são determinados por curvas de χ^2 , onde P é aproximadamente igual a área à direita do valor observado para χ^2 sob a curva de χ^2 com o número apropriado de graus de liberdade ν , dado por:

$$\nu = N - 1 \quad (20)$$

que é o tamanho da amostra menos o número de informações necessárias ao cálculo dos valores esperados teoricamente (que é 1 por ser um modelo completamente especificado, isto é, sem parâmetros para estimar).

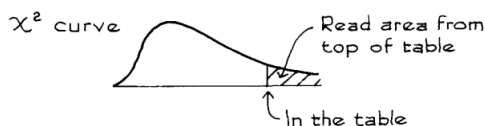


Figura 3: Desenho de uma curva Chi-quadrado generalizada, com a área hachurada dando o valor de p . Fonte: [2]

Os valores da integral da distribuição de χ^2 aceitos na prática para se tratar de uma distribuição gaussiana são $0,05 > P > 0,95$.

2.4 Segundo e terceiro momento de uma distribuição e coeficiente de Fisher

Na estatística, o segundo (m_2) e o terceiro momento (m_3) são medidas de dispersão e assimetria, respectivamente, dados por:

$$m_2 = \left(\frac{\sum fx^2}{n} - \frac{(\sum fx)^2}{n^2} \right) i^2 \quad (21)$$

$$m_3 = \left(\frac{\sum fx^3}{n} - \frac{3 \sum fx \sum fx^2}{n^2} + \frac{2(\sum fx)^3}{n^3} \right) i^3 \quad (22)$$

em que os dados estão agrupados em classes codificadas x , de frequência absoluta f , de tamanho

da amostragem n e com intervalo de classe i . Também temos o coeficiente de Fisher g_1 , que é uma medida de curtose, isto é, que caracteriza o achatamento da curva da função de distribuição de probabilidade. Esse coeficiente é nulo quando a distribuição é simétrica (mesocúrtica), ou seja, possui caudas semelhantes à distribuição normal. Quando $g_1 > 0$, a distribuição é leptocúrtica, com caudas mais pesadas que a distribuição normal. Quando $g_1 < 0$, a distribuição é platicúrtica, com caudas mais leves que a distribuição normal. Esta medida é dada por:

$$g_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} \quad (23)$$

3 Objetivos

Os objetivos desta prática são observar o decaimento radioativo, se familiarizar com a análise estatística e caracterizar a radiação como flutuação estatística, por meio de 3 experimentos: o primeiro com o intuito de calcular os parâmetros que caracterizam uma coleção de N medidas, o segundo com a finalidade de compreender o tamanho que uma amostra deve ter, isto é, o tempo de contagem, e o terceiro com o propósito de fazer o teste do χ -quadrado.

4 Montagem experimental

- Reservatório de Pb para armazenamento do Cs^{137}

O Pb é utilizado para proteção contra radiação γ e raios-X, pois como possui alta densidade nuclear, absorve melhor a radiação emitida.



Figura 4: Reservatório para armazenar Césio-137. Disponível em: <https://www.ifsc.usp.br/~lavfis/lavfiswp/flutuacao-estatistica/>

- Castelo de Pb para realizar as medições
- Detector G.M. (Geiger-Muller) - (Leybold ou Phywe)

É um tubo contador para detectar radiações α , β e γ



Figura 5: Castelo de Pb e detector Geiger. Disponível em: <https://www.ifsc.usp.br/~lavfis/lavfiswp/flutuacao-estatistica/>

- Contador Geiger
- Computador com software para aquisição dos dados

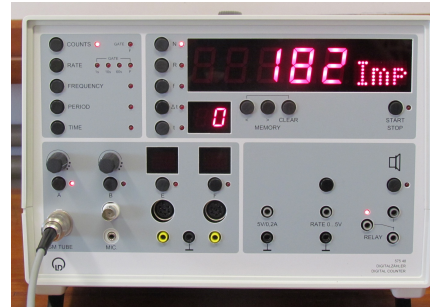


Figura 6: Contador Geiger conectado ao computador com software. Disponível em: <https://www.ifsc.usp.br/~lavfis/lavfiswp/flutuacao-estatistica/>

5 Procedimento experimental

5.1 Experimento 1

1. Coloque a fonte dentro do castelo de Pb , próximo ao detector, e conte pelo menos 50 vezes sucessivamente, em períodos de um minuto conforme o contador digital Leybold 57548. As observações devem ser realizadas consecutivamente sem mudar as condições da experiência.
2. Calcule \bar{n} , σ e d .
3. Enumere as vezes em que o desvio é maior do que o dobro do desvio padrão
4. Enumere as observações nas quais o desvio é maior do que o desvio padrão

5.2 Experimento 2

1. Faça a contagem de um minuto para obter a ordem de grandeza da fonte e da radiação de fundo.
2. Faça uma contagem de 15 minutos da amostra e da radiação de fundo. Depois, calcule a melhor distribuição de tempo.
3. Calcule o erro percentual quando se despreza a radiação de fundo ($\epsilon = 1/\sqrt{\bar{n}}$) e quando a consideramos ($\epsilon_a = \sigma_{rA}/r_A$).
4. **Extra:** compare o comportamento da radiação de fundo com o detector sobre a mesa e com o

detector no castelo de Pb, com 90 contagens de um 1 minuto para cada.

5.3 Experimento 3

1. Coloque a fonte no fundo do castelo e faça 100 contagens de um minuto, sem interrupções longas e sem alterar as condições experimentais.
2. Faça um histograma do número de eventos vs frequência
3. Calcule o valor de χ^2 e seu P correspondente conforme os graus de liberdade da amostra. Verifique se temos uma distribuição gaussiana.
4. Calcule o segundo e terceiro momento da distribuição observada e determine o coeficiente de Fisher.
5. **Extra:** Obtenha a curva de χ^2 computacionalmente

6 Resultados e Discussão

6.1 Leitura de dados

O Leybold 57548 gera dados na extensão .dc e podemos converter para um arquivo .csv disposto por N linhas (equivalentes ao número de contagens) e 7 colunas. Para os experimentos desta prática, os dados relevantes estão dispostos somente na segunda e terceira colunas. A segunda coluna mostra a taxa de contagem t/s, que informa quantos núcleos de um isótopo se desintegram em um segundo, ou seja, mostra a atividade radioativa por segundo. A terceira coluna mostra a janela de decaimento em N/Imp, que relaciona o número de nêutrons (N) e o número de prótons (Imp) no núcleo de um átomo.

2	916	1796	00000000	65	120	0
2	1532	1660	00000000	65	120	0
2	2747	1611	00000000	65	120	0
2	3683	1758	00000000	65	120	0
2	4578	1793	00000000	65	120	0
2	5494	1916	00000000	65	120	0
2	6489	1837	00000000	65	120	0
2	7326	1783	00000000	65	120	0
2	8240	1679	00000000	65	120	0
2	9196	1832	00000000	65	120	0
2	10071	1781	00000000	65	120	0
2	10987	1735	00000000	65	120	0
2	11902	1762	00000000	65	120	0
2	12818	1719	00000000	65	120	0
2	13733	1803	00000000	65	120	0

Figura 7: Dados gerados pelo contador Leybold 57548 da amostra de Cs-137 colocada no castelo de Pb por 15 minutos

6.2 Ângulo sólido do Detector Geiger-Muller

Medimos as dimensões dos aparatos experimentais, tendo o castelo de Pb um diâmetro de $8,0 \pm 0,1$ cm e uma altura de $9,8 \pm 0,1$ cm. Por outro lado, o detector Geiger possui um diâmetro de $0,9 \pm 0,1$ cm e altura de $4,2 \pm 0,1$ cm. A taxa de contagem vai depender da fração efetiva que a radiação da amostra é detectada, dada pelo ângulo sólido $\Delta\Omega$. Teremos então que parte da radiação da amostra será absorvida pelo ar antes de alcançar o detector e outra parte será detectada, essa dada por uma lei de variação obtida da seguinte forma:

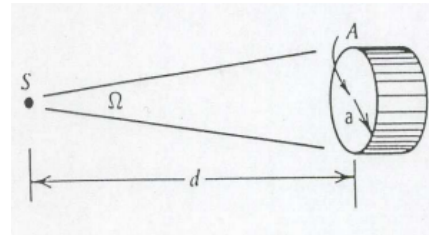


Figura 8: Esquema de uma amostra S com uma distância d do detector de raio a e área de seção transversal A . Fonte: [5]

$$d\Omega = dS/d^2 = \sin\theta d\theta d\phi \quad (24)$$

$$\Delta\Omega = \int d\Omega = 2\pi(1 - \cos(\theta_{max})) \quad (25)$$

$$\cos(\theta_{max}) = \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{a}{d})^2}} \quad (26)$$

$$a \ll d \Rightarrow \Delta\Omega \approx \frac{A}{d^2} \quad (27)$$

onde a é o raio do detector e d a distância entre a amostra e o detector, essa dada pela diferença de altura entre o castelo de Pb e o Geiger-Muller. Então para o detector Geiger-Muller utilizado nesse experimento, temos:

$$\Delta\Omega \approx (0,020 \pm 0,005) \text{ sr} \quad (28)$$

Vemos que o ângulo sólido obtido de $0,02 \text{ sr}$ é muito pequeno, porém é um valor razoável dado que o detector e sua distância à amostra também são pequenas.

6.3 Massa da amostra de Cs-137

Utilizando o resultado obtido da taxa de atividade radioativa da amostra apresentado nos resultados do experimento 2, temos o valor $r_t \approx 1780/\text{min} \approx 29,67/\text{s}$ para a fração de $0,02 \text{ sr}$ do detector. Portanto, considerando a esfera inteira de $4\pi \text{ sr}$, encontramos uma taxa de $18642,2/\text{s}$. Temos que a taxa de atividade radioativa de 1 grama de Cs-137 é igual a $3215/\text{s}$. Relacionando esses valores, obtemos que a massa da amostra é de aproximadamente $5,79 \text{ gramas}$. Não sabemos se a amostra de fato possui essa massa, pois no nosso aparato experimental não foi incluída uma balança. Todavia, acreditamos que é um valor razoável por ser um material radioativo, portanto deve ser estudado em quantidades pequenas. Simplificadamente, temos x igual a atividade radioativa em $4\pi \text{ sr}$ ($= 18642,2/\text{s}$) e y ($= 5,79$) a massa da amostra em gramas:

$$29,67/\text{s} = 0,02\text{sr}$$

$$x/\text{s} = 4\pi\text{sr}$$

$$3215/\text{s} = 1\text{g}$$

$$18642,2/\text{s} = y \text{ g}$$

6.4 Experimento 1

Para um número de contagens por minuto $N = 50$, obtemos o seguinte histograma:

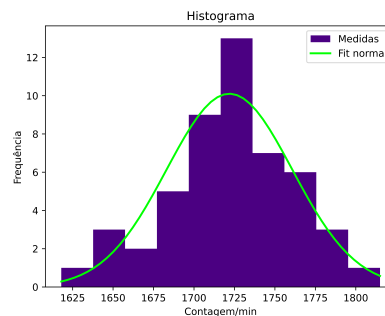


Figura 9: Radiação da amostra para um número de contagens por minuto $N = 50$. Elaborado pelos compiladores.

Sendo a média $\bar{n} = 1721,92$, desvio médio $d = 29,254$ e desvio padrão $\sigma = 38,898$. A razão entre o desvio médio e o desvio padrão é igual à $d/\sigma = 0,752$, que é aproximadamente $4/5$, compatível com referência [3]. O número de vezes em que o desvio é maior que o dobro do desvio padrão é duas vezes, ocorrendo em 4% dos casos. O número de vezes em que o desvio é maior que o desvio padrão é 16 vezes, o que representa 32% das observações. Essas porcentagens são bem próximas a $4,6\%$ e $31,7\%$ dadas pela fonte [3].

Para $N = 103$, obtemos o histograma abaixo, cuja distribuição está mais próxima de uma distribuição gaussiana comparado a $N = 50$. Isso porque temos mais medidas, que serão analisadas com maior profundidade no experimento 3.

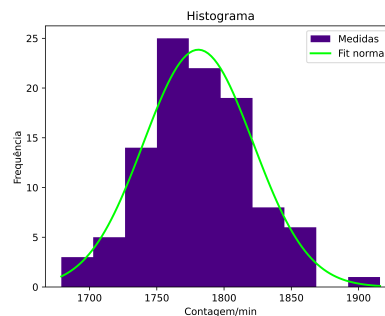


Figura 10: Radiação da amostra para um número de contagens por minuto $N = 103$. Elaborado pelos compiladores

Obtemos $\bar{n} = 1780,88$, $d = 32,012$, $\sigma = 40,824$ e $d/\sigma = 0,784$. O número de vezes em que $|n_i - \bar{n}| > 2\sigma$ é 5 vezes, com 4,9% das ocorrências totais. Já o número de vezes em que $|n_i - \bar{n}| > \sigma$ é 25, totalizando 24,3% dos casos. Novamente os valores são coerentes com a apostila de Laboratório Avançado, bibliografia [3], sendo somente a segunda porcentagem um pouco diferente da prevista. Isso pode ter ocorrido por variações naturais que não podem ser previstas com precisão em cada medição individual e pelas medidas terem sido tiradas por mais tempo, sendo portanto mais sujeitas à interferências externas.

6.5 Experimento 2

A ordem de grandeza da fonte e da radiação de fundo, foram obtidas a partir de uma medida de um minuto cada, logo, são da ordem de:

$$r_t = 1794/min \quad e \quad r_b = 43/min$$

Para realização do experimento, fizemos uma contagem de 90 minutos da amostra e da radiação de fundo para obter uma melhor distribuição. Com os resultados obtidos, temos que:

$$r_t \approx 1780/min \quad e \quad r_b \approx 36/min$$

Desprezando a radiação de fundo, temos que $r_t = r_a = (1780 \pm 41)/min$ e da equação (11) obtemos que o erro porcentual é $\epsilon = 0.89\%$.

Levando em consideração a radiação de fundo $r_a = r_t - r_b$ podemos obter a melhor distribuição de tempo das contagens r_t e r_b que minimizam o desvio de r_a a partir das equações (14) e (17), logo:

$$t_t = 78.74min \quad e \quad t_b = 11.25min$$

Neste caso, temos que $r_a = (1742 \pm 29)/min$ e o erro porcentual relacionado a essa medida é dado por $\epsilon_a = \sigma_{rA}/r_A$. Dessa forma, $\epsilon_a = 0.25\%$.

Realizando medições de 90 minutos da radiação de fundo dentro e fora do castelo de Pb, obtemos os seguintes histogramas:

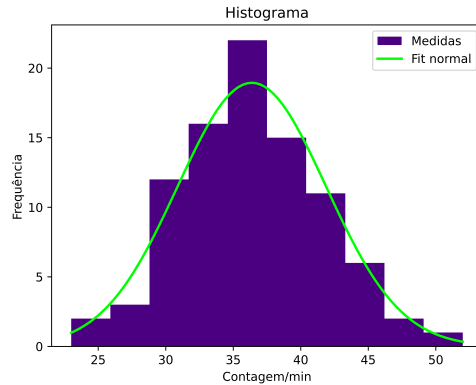


Figura 11: Radiação de fundo - dentro do castelo de Pb. Elaborado pelos compiladores

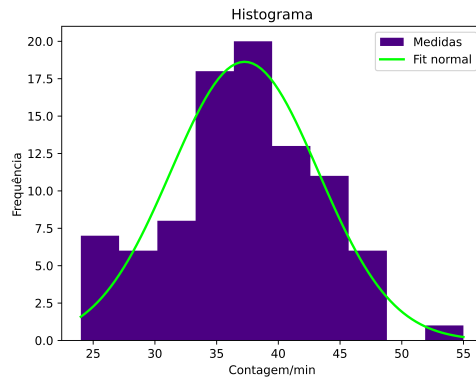


Figura 12: Radiação de fundo - fora do castelo de Pb. Elaborado pelos compiladores

Nota-se que a distribuição no interior do castelo é mais uniforme do que a medição realizada fora, isso já era esperado, uma vez que as interferências externas influenciam nas contagens, tendo um maior número de frequências para mais valores de contagens/min.

6.6 Experimento 3

Para $N = 103$ contagens, temos o seguinte histograma:

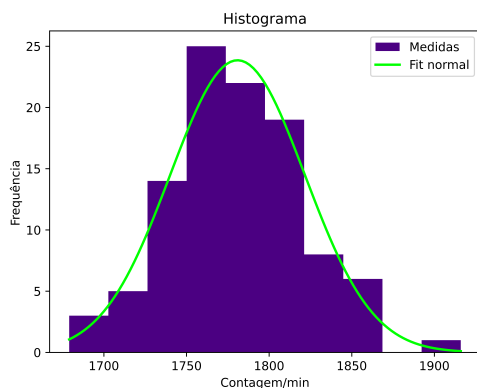


Figura 13: Radiação da amostra para um número de contagens por minuto $N = 103$. Elaborado pelos compiladores.

Obtemos que $\chi^2 = 95,46$, o segundo momento é $m_2 = 1632,178$ e o terceiro momento $m_3 = 12767,779$. Utilizando funções estatísticas da biblioteca *scipy*, em Python, temos que para os 102 graus de liberdade da amostra, $P = 0,66$. Esse valor está entre $0,05 > P > 0,95$, o que significa que temos uma distribuição gaussiana, em conformidade com a teoria. Abaixo, temos um gráfico da curva de χ^2 com os parâmetros amostrais.

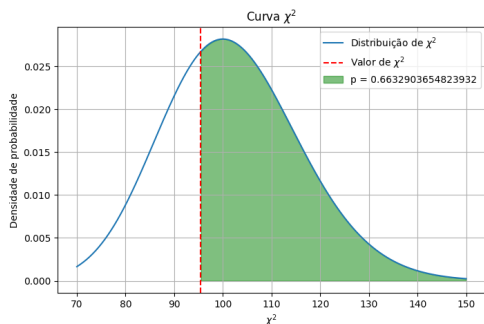


Figura 14: Curva para $Chi - quadrado = 95,46$ e $p = 0,66$. Elaborado pelos compiladores

O coeficiente de Fisher obtido foi de $g_1 = 0,19$. Esse valor não difere significativamente do zero, logo temos uma distribuição simétrica, que não possui achatamentos excessivos nem picos acentuados, sendo bem semelhante à distribuição normal (gaussiana), mostrando-se novamente em acordo com a teoria.

7 Conclusão

Após a realização dos experimentos de caracterização estatística da desintegração radioativa do Césio-137, podemos concluir que, a partir do primeiro e último experimento, a distribuição gaussiana é mais uniforme com um maior número de medidas, isso pode ser avaliado com base no teste do χ -quadrado, que resultou em uma probabilidade $P = 0.66$ e coeficiente de Fisher de $g_1 = 0.19$, valores que estão de acordo com a teoria. Com relação ao segundo experimento, avaliamos a melhor distribuição de tempo para a amostra com radiação de fundo foram de $t_t = 78.74\text{min}$ e $t_b = 11.25\text{min}$, com um erro de $\epsilon_a = 0.25\%$. Além disso, observamos a diferença entre a radiação de fundo do ambiente (externa ao castelo de Pb) e no interior do castelo, o último se apresenta mais uniforme pois não possui interferências externas.

Referências

- [1] Alcir Luiz Dafre, Angelica Francesca Maris.: *Efeitos biológicos da radiação*, 1st ed. e 2ª reimp. Florianópolis: BIOLOGIA/EAD/UFSC, 2013.
- [2] Freedman, D. Pisani, R. Purves, R.: *Statistics*, 4th ed., W.W. Norton & Company, London, 2007.
- [3] Apostila de Laboratório Avançado de Física.: *Flutuação Estatística na Desintegração Radioativa*, IFSC, USP, 2012.
- [4] EPA United States Environmental Protection Agency.: *Radiation Protection*. Disponível em: <https://www.epa.gov/radiation>
- [5] Laboratório de Instrumentação e Física Experimental de Partículas, Portugal (LIP PT).: *The Geiger-Müller detector*, 2016.
- [6] Phywe Operating Instructions *Counter tube type A 09025.11* Disponível em: https://www.ifsc.usp.br/~lavfis/lavfiswp/wp-content/uploads/2017/06/Phywe_GM_0902511e.pdf