# Efeito Zeeman

Mabily Bilancieri Rosa - 11965564 Sofia de Freitas Martins - 11810672 Relatório feito para a disciplina de Laboratório Avançado de Física II. Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil. 29 de maio de 2024.

# Resumo

Neste relatório, estudamos o efeito Zeeman no mercúrio, observando o desdobramento das linhas espectrais verdes ( $\lambda = 546, 2$ nm) e azuis ( $\lambda = 435, 8$ nm), separadamente. A partir da calibração da Sonda Hall, foi possível obter medições para os campos magnéticos e relacioná-las com as distâncias do padrão de franjas de interferência original e dos padrões novos produzidos pelo efeito Zeeman capturados por uma filmadora. Com esses dados, foi possível calcular o valor do magneton de bohr, que na literatura vale  $\mu_b = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ . Para as linhas verdes, obtemos  $\overline{\mu_b} = (9,4 \pm 0,5) \times (10^{-24}) \text{ J/T}$  com  $|\beta| = 1$ , tendo um erro relativo ao da literatura de  $\epsilon = 1,4\%$ . Para as azuis, o melhor resultado obtido foi de  $\mu_b = (9 \pm 1) \times (10^{-24}) \text{ J/T}$ , utilizando o filtro M, com  $|\beta| = 2 \text{ e } \epsilon = 2,9\%$ .

Palavras-chave: efeito Zeeman; magneton de Bohr; lâmpada de Hg; interferômetro de Fabry-Perot; polarização

# 1 Introdução

O efeito Zeeman descreve o deslocamento de linhas espectrais de um sistema (átomos, moléculas, defeito, impurezas em cristais, etc.) em múltiplos componentes na presença de um campo magnético externo. Foi descoberto pelo físico holandês Pieter Zeeman em 1896, explicado pela teoria do elétron postulada por Hendrick Lorentz em 1892, na qual, na matéria há partículas carregadas, cujas oscilções geram luz.

Quando um átomo absorve ou emite energia, seus elétrons sofrem transições entre os estados de energia. Isso ocorre de acordo com as regras de seleção:

$$\Delta S = 0$$
  

$$\Delta L = 0, \pm 1$$
  

$$\Delta J = 0, \pm 1$$
  

$$\Delta M_J = 0 \pm 1$$

onde, S é o número quântico associado ao spin do elétron, L momento angular orbital, J o momento angular total do átomo e  $M_J$  o número quântico associado ao eixo z do campo magnético.

O efeito Zeeman consiste na divisão dos níveis atômicos quando é aplicado um campo magnético. Nesse caso, o que acontece é que cada orientação permitida de J = L+S em relação à direção do campo está associada a uma energia diferente. Por sua vez, o número de linhas espectrais depende do spin e dos momentos angulares orbitais, nos estados de energia inicial e final envolvidos na produção da linha original.

#### 1.1 Efeito Zeeman normal

O efeito Zeeman normal, observado em átomos de spin nulo (S = 0), a única fonte de momento magnético é o momento angular orbital do elétron. O campo magnético aplicado interage com L desdobrando o estado de energia em (2l + 1) níveis, igualmente espaçados. Este fenômeno pode ser explicado através de um modelo semiclássico que considera um elétron atômico com massa  $m_0$  e carga -e movendo-se em uma órbita circular com velocidade v. Uma carga que se move em uma órbita gera uma corrente de intensidade.

$$i = \frac{q}{T} = \frac{-ev}{2\pi r}$$
, onde  $r$  é o raio da órbita (1)

Esta corrente produz, a grandes distâncias, um campo magnético equivalente ao campo produzido por um dipolo localizado no seu centro. Se A é a área da órbita, o módulo do momento magnético é:

$$\mu = \frac{i}{A} = -\frac{evr}{2c} = -\frac{e}{2m_oc}L\tag{2}$$

Onde, L = mvr é o momento angular orbital.

Quando este momento dipolar magnético está sob a ação de um campo magnético aplicado  $\vec{B}$ , ele fica sob o efeito de um torque magnético dado por  $\vec{\mu} \times \vec{B}$ . Entãp, um momento magnético  $\mu$  colocado em um campo homogêneo tem uma energia suplementar associada (energia potencial de orientação):

$$\Delta E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \frac{e}{2m_o c} L \tag{3}$$

Se escolhermos o campo magnético na direção  $\hat{z}$ , estes valores estarão quantizados de forma que a projeção de  $\vec{L}$  sobre o eixo  $\hat{z}$  pode tomar somente os valores discretos quantizados definido por: m = -l, -l + 1, ..., 0, ..., l - 1, l. Então a energia de um estado na presença de um campo magnético é:

$$\Delta E = -\mu_B m B \tag{4}$$

Onde  $\vec{\mu} = (\mu_B/h)\vec{L}$  é chamado de magneton de Bohr:

$$\mu_B = \frac{e}{2m_o} = 9,2741 \times 10^{-24} J/T$$

Assim, o campo magnético aplicado desdobrará os níveis de energia em (2l + 1) componentes.



Figura 1: Um torque  $\vec{\mu} \times \vec{B}$  aparece quando o momento de dipolo magbético de um átomo interage com o campo aplicado. Fonte: Apostila de Laboratório de Física: *Efeito Zeeman* 

#### 1.2 Efeito Zeeman anômalo

Mesmo que o efeito Zeeman normal seja observado em alguns elementos, o mais frequente é a aobservação do efeito Zeeman anômalo, o qual, com a aplicação do campo magnético, os níveis de energia podem se desdobrar em mais componentes. Nesse caso, a teoria clássica não se aplica e o efeito pode somente ser explicado quânticamente. A terminologia de efeito *anômalo* foi introduzida muito antes que a teoria quântica fornecesse uma compreensão total do fenômeno, então, de um ponto de vista moderno, não é muito apropriada.

Com a introdução do spin do elétron teremos um momento magnético adicional dado por:

$$\vec{\mu_S} = \frac{g_S \mu_B}{\hbar} \vec{S} \tag{5}$$

A grandeza  $g_S = 2,00232$  é denominada fator g (giromagnético) de spin.

O momento magnético efetivo do átomo é dado pelas as expressões de  $\mu_L$  e  $\mu_S$  para cada elétron oticamente ativo em termos de seus momentos angulares orbital e de spin e somando sobre todos os elétrons:

$$\begin{split} \vec{\mu_S} &= -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L_1} - \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L_2} - \dots - \frac{g_S \mu_B}{\hbar} \vec{S_1} - \frac{g_S \mu_B}{\hbar} \vec{S_2} \dots \\ &= -\frac{\mu_B}{\hbar} [(\vec{L_1} + \vec{L_2} + \dots) + 2(\vec{S_1} + \vec{S_2} + \dots)] \end{split}$$
(6)

O momento magnético total do átomo será então:

$$\vec{\mu} = -\frac{\mu_B}{\hbar} [\vec{L} + 2\vec{S}] \tag{7}$$

Quando aplicado um campo magnético  $\vec{B} = B\hat{z}$  o resultado da energia do desdobramento Zeeman é:

$$\Delta E = \mu_B B g M_J \tag{8}$$

onde

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

é denominada fator gdeLand, um coeficiente adimensional característico do nível atômico considerado. Ele determina de fato o desdobramento dos

níveis de energia na presença de um campo magnético fraco e mostra que ele depende dos valores de J, L e S.

Quando um átomo emite radiação, há uma transição entre os níveis de energia, tal que:

$$\Delta E = E_f - E_i = h \frac{c}{\lambda} \tag{9}$$

Onde  $E_i$  e  $E_f$  são as energias dos níveis inicial e final respectivamente, h a constante de Planck, c a velocidade da luz e  $\lambda$  o comprimento de onda do fóton emitido.

Ao aplicar um campo magnético  $\vec{B}$ , a linha espectral correspondente a  $\lambda$  se divide. A partir das equações 8 e 9 é possível obter a diferença  $\Delta \nu$  de número de onda ( $\nu = 1/\lambda$ ) entre a linha original e as novas.

$$\Delta \nu = \beta \frac{\mu_B B}{hc} \tag{10}$$

Onde, 
$$\beta = (gM_J)_f - (gM_J)i.$$

#### **1.3** Valores de $\beta$

Nesta prática, estudaremos o efeito Zeeman sobre algumas linhas espectrais do mercúrio (Hg), como apresentado na tabela abaixo:

$\lambda$ (nm)	Cor	Transição
546,2	Verde	$7 \ {}^3s_1 \to 6 \ {}^3p_2$
435,8	Azul	$7 \ {}^3s_1 \rightarrow 6 \ {}^3p_1$

Tabela 1: Comprimentos de onda do espectro de emissão de Hg sobre os quais o efeito Zeeman foi observado, cores e transições correspondente. Elaborado pelos compiladores

As transições indicadas na tabela 1 estão representadas nas figuras a seguir:



Figura 2: Diagrama da transição 7 $^3s_1 \rightarrow 6~^3p_2$  verde do Hg. Fonte: Davidovich I. A. , Borda N. Estudio del efecto Zeeman en Hg y determinación del magnetón de Bohr

No diagrama de transição 7 $^3s_1 \rightarrow 6 \ ^3p_2$ verde do mercúrio, está apresentado as possíveis transições  $\beta$ , as quais, seus valores são:

$$\beta_{12} = ((3/2) \cdot 2)_f - (2 \cdot 1)_i = 1$$
  

$$\beta_{10} = ((3/2) \cdot 0)_f - (2 \cdot 1)_i = -2$$
  

$$\beta_{01} = ((3/2) \cdot 1)_f - (2 \cdot 0)_i = 3/2$$
  

$$\beta_{0-1} = ((3/2) \cdot (-1))_f - (2 \cdot 0)_i = -3/2$$
  

$$\beta_{-10} = ((3/2) \cdot 0)_f - (2 \cdot (-1))_i = 2$$
  

$$\beta_{-1-2} = ((3/2) \cdot (-2))_f - (2 \cdot (-1))_i = 1$$
  

$$\beta_{00} = ((3/2) \cdot 0)_f - (2 \cdot 0)_i = 0$$
  

$$\beta_{11} = ((3/2) \cdot 1)_f - (2 \cdot 1)_i = -1/2$$
  

$$\beta_{-1-1} = ((3/2) \cdot (-1))_f - (2 \cdot (-1))_i = 1/2$$



Figura 3: Diagrama da transição 7 $^3s_1 \rightarrow 6~^3p_1$  azul do Hg. Fonte: Davidovich I. A. , Borda N. Estudio del efecto Zeeman en Hg y determinación del magnetón de Bohr

Para a transição 7 $^3s_1\to 6~^3p_1$  azul do H<br/>g, os valores de  $\beta$ estão descritos a seguir:

$$\beta_{11} = ((3/2) \cdot 1)_f - (2 \cdot (-1))_i = -1/2$$
  

$$\beta_{-1-1} = ((3/2) \cdot 1)_f - (2 \cdot (-1))_i = 1/2$$
  

$$\beta_{01} = ((3/2) \cdot 1)_f - (2 \cdot 0)_i = 3/2$$
  

$$\beta_{0-1} = ((3/2) \cdot (-1))_f - (2 \cdot 0)_i = -3/2$$
  

$$\beta_{10} = ((3/2) \cdot 0)_f - (2 \cdot 1)_i = -2$$
  

$$\beta_{-10} = ((3/2) \cdot 0)_f - (2 \cdot (-1))_i = 2$$
  
(12)

### 1.4 Polarização da luz

A luz no experimento Zeeman está polarizada, todavia o estado de polarização da linha depende da direção de observação em relação ao campo magnético. Quando a luz emitida é observada paralelamente a direção do campo, a linha resultante da transição  $\Delta m = \pm 1$ , são circularmente polarizadas, sendo determinadas como  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  conforme se a polarização estiver, ou não, no sentido de rotação da corrente elétrica que cria o campo magnético. Quando a luz emitida é observada perpendicularmente à direção do campo, a linha resultante da transição  $\Delta m = 0$ , chamadas linhas  $\sigma$ , também são linearmente polarizadas em direção perpendicular ao campo. Tudo isso está representado na figura abaixo:



Figura 4: Esquema das polarizações observadas no Efeito Zeeman. Fonte: Apostila de Laboratório Avançado de Física

No efeito Zeeman transversal, observamos o seguinte padrão de franjas:



Figura 5: Padrão de franjas observado no Efeito Zeeman transversal (a) sem polarizador (b) polarizador perpendicular ao campo (c) polarizador paralelo ao campo. Fonte: https://people.stfx.ca/cadams/ physics475/labs/zeeman/QueenMaryUnivLondon\_ Zeeman%20effect.pdf

Em (a), podemos ver cada uma das linhas originais se dividindo em duas componentes de polarização  $\sigma$  ( $\Delta m = \pm 1$ ) e uma  $\pi$  ( $\Delta m = 0$ ). Em (b), vemos somente as  $\sigma$  e em (c) somente  $\pi$ . Com o aparato experimental usado nesta prática, a configuração (a) não foi possível de ser analisada porque a resolução do interferômetro de Fabry-Perot não foi capaz de distinguir claramente as 3 componentes, aparentando serem uma só com maior brilho. Em (c), as componentes  $\pi$  possuem a propriedade de não causar deslocamento em relação à linha espectral original, portanto não foram analisadas. Somente com a configuração (b) fomos capazes de obter o valor almejado de  $\mu_b$ .

#### 1.5 Interferômetro de Fabry-Perot

No final do século XIX, dois físicos franceses Charles Fabry e Alfred Perot criaram um equipamento chamado de interferômetro de Fabry-Perot, conhecido por sua capacidade de fornecer alta resolução espectral, isto é, capaz de discriminar pequenas diferenças nas frequências de luz que passam por ele. Dessa forma, este dispositivo é ideal para identificar e quantificar as pequenas mudanças nas frequências das linhas espectrais desdobradas pelo Efeito Zeeman.

Esse interferômetro é composto por dois espelhos planos semi-transparentes, sendo um fixo e outro capaz de se movimentar sobre um suporte móvel. As distâncias entre os espelhos podem ser alteradas por um micrômetro acoplado e quando mantemos a distância fixa, chamamos o equipamento de etalon a aplicação do campo. de Fabry-Perot.



Figura 6: Representação de um Interferô-Fonte: metro deFabry-Perot. https: //fisica.ufpr.br/varalda/files/Dubleto\_ Sodio\_Lab\_Moderna\_Varalda.pdf

Na figura acima, observamos múltiplas reflexões devido a um raio com ângulo de incidência  $\theta$ . A diferença de caminho óptico entre dois raios adjacentes é dada por:

$$\delta = 2t\cos(\theta) \tag{13}$$

sendo t a distância entre os espelhos. A condição para interferência construtiva é:

$$m\lambda = 2nt\cos(\theta) \tag{14}$$

onde m é a ordem da interferência e n o índice de refração do meio entre os espelhos.

Se parte da luz emitida pelo Fabry-Perot passa por uma lente convergente, os raios de luz que saem convergem para o plano focal da lente, onde um padrão de anéis é formado pois em certos ângulos há interferência construtiva e em outros, interferência destrutiva. No efeito Zeeman, ao introduzirmos um campo magnético, o padrão dos anéis é alterado, com novos anéis aparecendo e os originais desaparecendo. Isso ocorre porque os níveis de energia se dividem, resultando em frequências de luz emitidas ligeiramente diferentes das iniciais. Portanto, é interessante compreender como se relacionam as distâncias entre os anéis originais e os formados após



Figura 7: Separação  $d_1$  e  $d_2$  entre anéis que definem  $\alpha$ . Fonte: https://www.ifsc.usp.br/ ~lavfis/lavfiswp/wp-content/uploads/2017/ 06/EfeitoZeeman\_Davidovich.pdf

Temos que:

$$\alpha = \frac{d_1}{d_2} \tag{15}$$

onde  $d_1$  é a distância entre a posição de cada anel de ordem m+1 que aparece ao introduzir um campo e sua posição original de mesma ordem quando o campo é nulo, já  $d_2$  é a distância entre os anéis de ordem  $m \in m + 1$  na situação onde nenhum campo é aplicado. O valor de  $\alpha$  pode ser relacionado com a variação de número de onda ou deslocamento  $|\Delta \nu|$ da seguinte forma:

$$|\Delta\nu| = \frac{\alpha}{2nt} \tag{16}$$

Substituindo essa relação na equação que relaciona a variação de frequência com o magneton de Bohr no efeito Zeeman, obtemos:

$$\frac{\alpha}{2nt} = \frac{|\beta| \ \mu_b}{hc} B \Rightarrow \alpha = bB \tag{17}$$

com  $b = \frac{2nt|\beta| \ \mu_b}{hc}$ , mostrando que  $\alpha$  é proporcional ao campo magnético B.

#### 1.6Sonda Hall

Em 1879, Edwin Hall observou que quando uma corrente elétrica é aplicada a um condutor ou semicondutor que está sob a influência de um campo

magnético perpendicular à direção da corrente, surge uma diferença de potencial também perpendicular ao campo e a corrente. Essa observação foi chamada de Efeito Hall.



Figura 8: Esquema do Efeito Hall em um semicondutor. Fonte: https://www.newtoncbraga.com.br/ como-funcionam-os-sensores-de-efeito-hall. html

Os portadores de carga que se movem devido à corrente elétrica são desviados pelo campo magnético por meio da Força de Lorentz  $\mathbf{F} = q$  ( $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ), onde q é a carga do portador,  $\mathbf{v}$  a velocidade dos portadores de carga e  $\mathbf{B}$  o campo magnético. Esse desvio resulta em acumulação de cargas em um lado do material, gerando uma d.d.p. entre os lados opostos do material, denominada Tensão de Hall ( $V_H$ ), dada por:

$$V_H = \left(\frac{I}{nqd}\right)B\tag{18}$$

onde I é a corrente, n a densidade dos portadores de carga e t a espessura do material. Essa tensão pode ser aproveitada por um dispositivo, chamado de sensor ou sonda Hall. Quando uma corrente elétrica passa por esse sensor, o equipamento detecta e mede o campo magnético decorrente do Efeito Hall.

# 2 Objetivos

Os objetivos desta prática incluem calibrar o ímã com a sonda Hall para obter o gráfico de  $I \times B$ , obter os valores de  $\alpha$  por meio da análise de imagens e relacioná-lo ao campo magnético B para calcular o magneton de bohr para as transições 7  ${}^{3}s_{1} \rightarrow 6 {}^{3}p_{2}$ na linha verde do Hg e 7  ${}^{3}s_{1} \rightarrow 6 {}^{3}p_{1}$  na linha azul do Hg e relacionar o deslocamento  $|\Delta \nu| \operatorname{com} B$ .

# 3 Montagem experimental

#### 3.1 Materiais

Nesta prática iremos utilizar:

- Eletroímã
- Fonte de alimentação para eletroímã
- Lâmpada de Hg
- Polarizador
- Interferômetro de Fabry-Perot
- Filmadora ou câmera
- Sonda Hall
- 2 lentes convergentes
- Filtro de cor (verde e azul)



Figura 9: Fonte de alimentação do eletroímã. Elaborado pelos compiladores



Figura 10: Filtros de cor. Da esquerda pra direita: filtro verde, filtro azul M e filtro azul F. Elaborado pelos compiladores



Figura 11: Fotografia da representação geral da montagem experimental. Elaborado pelos compiladores

Para a realização dos experimentoss é necessário alinhar o interferômetro de Fabry-Perot. De acordo com as componentes do interferômetro apresentado na figura 12.



Figura 12: Representação geral dos componentes do interferômetro. Elaborado pelos compiladores

-Para configuração com filtro verde: Distâncias da lâmpada de Hg até: 1a lente convergente, 9 cm; filtro, 13 cm; polarizador, 23,7 cm; 2a lente convergente, 27,2 cm; interferômetro, 39,7 cm; câmera, 58,7 cm.

-Para configuração com filtro azul: Distâncias da lâmpada de Hg até: 1a lente convergente, 10 cm; filtro, 15,5 cm; polarizador, 19,5 cm; 2a lente convergente, 25,5 cm; interferômetro, 41 cm; câmera, 62,5 cm

# 4 Procedimento experimental

## 4.1 Experimento 1

1. Ajuste a separação dos polos do íma para $\approx$  8mm.

- 2. Aplique uma corrente máxima de <br/>  $\approx$  3,4A por bobina
- 3. Faça um gráfico de  $I \times B$  com os dados obtidos

### 4.2 Experimento 2

- 1. Coloque uma lâmpada de Hg no entre-núcleo do eletroímã
- 2. Instale o filtro verde adequado e ajuste a lente mais próxima da lâmpada de forma que se faça um feixe colimado
- 3. Ajuste o interferômetro
- 4. Aplique vários valores de campo magnético e observe os resultados, registrando o padrão de franjas na filmadora
- 5. Faça o mesmo procedimento com 2 filtros azuis

#### 4.3 Processamento de imagens

#### 4.3.1 ImageJ

O programa que utilizaremos no processamento de imagens, a fim de se obter os valores de  $d_1$  e  $d_2$ , será o *ImageJ*. Traçaremos uma reta radial ao centro de interferência e ao utilizarmos a função *plot profile*, o software irá gerar um gráfico da intensidade (em gray value, isto é, em brilho por pixel em escala de cinza) pela distância em pixels. Como as franjas são bem mais intensas que o redor, não é necessário separar os canais RGB, sendo a escala em cinza suficiente para identificar os picos de intensidade, conforme exemplo abaixo:



Figura 13: Representação das medidas  $d_2$  e  $2d_1$  sem campo magnético e com campo magnético, estando o polarizador perpendicular ao campo. Elaborado pelos compiladores



Figura 14: Reta radial traçada em uma imagem com (a) B = 0T (b) B = 1,72T. Elaborado pelos compiladores



Figura 15: Gráficos gerados pelo ImageJ ao traçar as retas radiais mostradas na imagem anterior com (a) B = 0T (b) B = 1,72T. Também estão indicadas as distâncias (a)  $d_2$  e (b)  $2d_1$  em conformidade com figura (13). Elaborado pelos compiladores

Optamos por medir  $2d_1$  em vez de somente  $d_1$  para reduzir a imprecisão, uma vez que ao pegarmos uma distância maior, pequenos erros na identificação precisa da posição de um anel de ordem m+1 têm menos impacto na medida, já que a incerteza será distribuída e menos sensível a erros locais. Ademais, ampliar a medida para  $2d_1$  ajuda a reduzir a influência de flutuações aleatórias e variações sutis que podem ocorrer devido a pequenas vibrações do equipamento e variações na iluminação.

#### 4.3.2 Média das imagens

Uma das dificuldades no experimento está na obtenção direta de imagens com boa qualidade pela filmadora. Uma forma que encontramos para melhorar a qualidade foi fazer curtas gravações e extrair seus frames, a fim de se obter uma média deles com um ruído reduzido. Tal processo foi feito em python, com o código ao final do relatório no Anexo A.



Figura 16: (a) Frame com ruido (b) Imagem média, com ruído minimizado. Ambas as imagens com B = 1,72 T. Elaborado pelos compiladores

# 5 Resultados e Discussão

### 5.1 Experimento 1: Sonda Hall

De acordo com o livro Melissinos, ao calibrarmos a sonda Hall, devemos encontrar o seguinte comportamento num gráfico de  $I \ X \ B$ :



Figura 17: Gráfico obtido pelo Melissinos ao calibrar o ímã com a Sonda Hall. Observamos uma saturação a partir de  $\approx 10$ kG. Fonte: Experiments in modern physics

Após a coleta de dados, obtivemos:



Figura 18: Gráfico de I~X~B. A saturação é observada a partir de  $\approx$  9,85kG. Elaborado pelos compiladores.

Para altos valores de campo, a partir de  $\approx 9,85$  kG, constata-se uma saturação, isto é, desse ponto em diante o padrão visto é mais próximo de uma curva do que uma reta, em conformidade com o Melissinos, cuja saturação inicial ocorre em  $\approx 10$  kG. Isso pode ser verificado ao fazermos uma regressão quadrática ( $y = ax^2 + bx + c$ ) e compararmos seu erro quadrático médio (MSE) ao da regressão linear (y = ax + b). Calculou-se que  $MSE_{linear} = 0,000822$  e  $MSE_{quadratico} = 0,000711$ . Logo, a regressão quadrática nos pontos saturados mostra-se mais adequada, uma vez que seu MSE é menor.

O gráfico considerando todos os pontos além dos saturados está mais ajustado ao modelo linear, com  $MSE_{linear} = 0,001292$  e  $MSE_{quadratico} = 0,004249$ . Portanto, iremos utilizar os coeficientes angular  $a = (0,193 \pm 0,003)$  e linear  $b = (-0.134 \pm 0,004)$  da reta de regressão linear para encontrar os campos magnéticos produzidos pelos ímãs ao observarmos o efeito zeeman quando aplicado uma determinada corrente I.

#### 5.2 Spot da luz

Quando a luz passa pelas lentes convergentes e filtros e chega ao interferômetro de Fabry-Perot, ela é focalizada em uma região (*spot* da luz). Esse *spot* é a imagem focal da luz colimada, sua qualidade (tamanho, forma e intensidade) afeta a precisão e resolução das medidas feitas no interferômetro.

A partir do alinhamento feito no interferômetro de Fabry-Perot, temos que, o diâmetro do primeiro espelho do interferômetro é de  $(5, 0 \pm 0, 1)$  cm e o diâmetro do *spot* medido foi de  $(2, 7 \pm 0, 1)$  cm. Logo, a luz focalizada no interferômetro para realização das medidas foi de 54% do diâmetro total do espelho.



Figura 19: Tamanho do *spot* da luz que chega no interferômetro de Frabry-Perot. Elaborado pelos compiladores

## 5.3 Experimento 2: Efeito Zeeman -Filtro verde

A lâmpada de Hg utilizada tem formato de  $\cap$  e no alinhamento da primeira semana, deixamos ela numa posição em que quando olhamos pelo orifício do ímã, enxergamos um filete |. Tal configuração não nos permitiu a captura de muitas franjas, mas foi o suficiente para fazermos medições.



Figura 20: 1<sup>a</sup> Leva, com t = 0,5mm. (a) B = 0,00T (b) B = 1,09T,  $\alpha = 0,09$  (c) B = 1,43T,  $\alpha = 0,10$  (d) B = 1,74T,  $\alpha = 0,13$ . Incerteza de  $\pm 0,02$ T nos campos e  $\pm 0,01$  nos  $\alpha$ . Elaborado pelos compiladores

Ao obtermos os valores de  $\alpha$  pelo ImageJ e *B* pela reta de regressão linear da Sonda Hall, fomos capazes de plotar um gráfico  $\alpha \times B$ :



Figura 21: Gráfico de  $\alpha \times B$  da 1ª leva. Elaborado pelos compiladores

A reta obtida é  $\alpha = bB$  e o coeficiente angular encontrado foi de  $b = (0,05 \pm 0,02)$ . Também temos  $t = (0,50 \pm 0,01)$ mm e n = 1, que é o índice de refração do ar. Sabendo esses valores, podemos descobrir o magneton de bohr. Da teoria, sabemos que  $\mu_b = bhc/2nt|\beta| \in |\beta|$  pode ser igual a 1 ou 1,5 ou 2 para as componentes  $\sigma$  polarizadas na transição  $7_1^s \rightarrow 6^3 p_2$  verde do mercúrio. Para esses diferentes valores de  $|\beta|$ , obtivemos os seguintes  $\mu_b$ , com  $\epsilon$  sendo o erro relativo em percentual ao valor da literatura de 9,  $27 \times 10^{-24}$  J/T:

$ \beta $	$\mu_b(10^{-24}J/T)$	$\Delta \mu_b (10^{-24} J/T)$	$\epsilon$ (%)
1	9,6	0,4	$3{,}6\%$
1,5	6,4	0,4	31,0%
2	4,8	0,4	48,2%

Tabela 2: Valores de  $|\beta|$  com seus respectivos  $\mu_b$  na 1<sup>a</sup> leva. Elaborado pelos compiladores

Percebemos que  $|\beta| = 1$  foi o melhor valor encontrado, devido a um menor  $\epsilon$ . É interessante notar que as polarizações  $\sigma$  com  $|\beta| = 1$  possuem maior pico de intensidade, e consequentemente, maior probabilidade de ocorrência <sup>1</sup>, conforme figura abaixo:



Figura 22: Picos das linhas produzidas a partir da linha espectral correspondente a  $\lambda = 546,2$ nm (verde). Fonte: https://www.ifsc.usp.br/ ~lavfis/lavfiswp/wp-content/uploads/2017/ 06/EfeitoZeeman\_Davidovich.pdf

Na segunda leva, alteramos a distância dos espelhos para  $t = (1, 11 \pm 0, 01)$  mm. A partir daqui, também modificamos a posição da lâmpada de mercúrio de tal forma que enxerguemos dois filetes | | pelo orifício do ímã. Essa configuração aumentou a intensidade das franjas e como consequência, capturamos mais franjas que na leva anterior. Novamente, obtemos um gráfico cujo coeficiente angular foi de  $b=(0,10\pm0,05)$ e os $\mu_b$ estão tabelados abaixo do gráfico:



Figura 23: 2<sup>a</sup> Leva, com t = 1,11mm. (a) B = 0,00T (b) B = 0,77T,  $\alpha = 0,13$  (c) B = 0,96T,  $\alpha = 0,15$  (d) B = 1,26T,  $\alpha = 0,19$  (e) B = 1,45T,  $\alpha = 0,20$ . (f) B = 1,71T,  $\alpha = 0,22$ . Incerteza de  $\pm 0,02$ T nos campos e  $\pm 0,01$  nos  $\alpha$ . Elaborado pelos compiladores



Figura 24: Gráfico de  $\alpha \times B$  da 2ª leva. Elaborado pelos compiladores

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Da}$  mecânica quântica, a intensidade de uma linha espectral é diretamente proporcional à probabilidade de transição entre dois estados quânticos determinada pelo elemento de matriz do momento dipolar elétrico

$ \beta $	$\mu_b(10^{-24}J/T)$	$\Delta \mu_b (10^{-24} J/T)$	$\epsilon(\%)$
1	9,0	0,3	$2,\!9\%$
1,5	6,0	0,3	$35{,}3\%$
2	4,5	0,3	$51,\!6\%$

Tabela 3: Valores de  $|\beta|$  com seus respectivos  $\mu_b$  na 2<sup>a</sup> leva. Elaborado pelos compiladores

Novamente, atestamos que  $|\beta| = 1$ . Reparamos também que ao aproximadamente dobrarmos t, o valor de b também foi dobrado, o que é condizente pois esses dois valores são diretamente proporcionais. Já na terceira leva,  $t = (0, 90 \pm 0, 01)$ mm:



Figura 25:  $3^{a}$  Leva, com t = 0,9mm. (a) B = 0,00T (b) B = 1,05T,  $\alpha = 0,14$  (c) B = 1,37T,  $\alpha = 0,19$  (d) B = 1,72T,  $\alpha = 0,20$ . Incerteza de  $\pm 0,02$ T nos campos e  $\pm 0,01$  nos  $\alpha$ . Elaborado pelos compiladores

Obtemos  $b = (0, 09 \pm 0, 05)$  e  $|\beta| = 1$ :



Figura 26: Gráfico de  $\alpha \times B$  da 3ª leva. Elaborado pelos compiladores

$ \beta $	$\mu_b(10^{-24}J/T)$	$\Delta \mu_b (10^{-24} J/T)$	$\epsilon(\%)$
1	9,5	0,5	2,5%
$^{1,5}$	6,3	0,5	32,0%
2	4,7	0,5	$49,\!3\%$

Tabela 4: Valores de  $|\beta|$  com seus respectivos  $\mu_b$  na  $3^{\underline{a}}$  leva. Elaborado pelos compiladores

Por fim, fizemos as médias dos  $\mu_b$  obtidos nas 3 levas para chegarmos a um valor final para o magneton de bohr com o menor erro possível:

$ \beta $	$\overline{\mu_b}(10^{-24}J/T)$	$\overline{\Delta\mu_b}(10^{-24}J/T)$	$\epsilon(\%)$
1	9,4	$0,\!5$	$1,\!4\%$
1,5	6,2	0,5	33,1%
2	4,7	0,5	49,3%

Tabela 5: Valores médios de  $\mu_b$  com seus respectivos  $|\beta|$ . Elaborado pelos compiladores

O valor obtido foi, portanto,  $\mu_b = (9, 4 \pm 0, 5) \times (10^{-24})$  J/T, com um erro de  $\epsilon = 1, 4\%$  relativo à literatura.

#### 5.3.1 Deslocamentos

Sabendo que  $|\Delta \nu| = \alpha/2nt$ , foi possível fazer gráficos de  $|\Delta \nu| \times B$  e verificar se o comportamento é condizente com o dito pelo Melissinos:



 $\Delta M = +1$  $\Delta M = -1$ 1.0 0.5 Δν (cm<sup>-1</sup>) 0.0 -0.5 -1.0 0.25 0.50 1.75 0.00 0.75 1.00 1.25 1.50 Campo (T)

Figura 27: Resultados do Efeito Zeeman na linha verde do mercúrio, com o deslocamento das 3 componentes a partir de um B = 0T. Fonte: Experiments in modern physics

Figura 29: Deslocamento das 2 componentes  $\sigma$  a partir de um B = 0T, na 2<sup>a</sup> leva. Elaborado pelos compiladores

Aqui, vemos variações nos deslocamentos de  $+\Delta\nu$ e  $-\Delta\nu$  (respectivamente,  $\Delta m = +1$  e  $\Delta m = -1$ , que são as componentes  $\sigma$ ) resultando em um desdobramento simétrico em relação à linha central não deslocada  $\pi$  ( $\Delta m = 0$ ).



Figura 28: Deslocamento das 2 componentes  $\sigma$  a partir de um B = 0T, na 1<sup>a</sup> leva. Elaborado pelos compiladores



Figura 30: Deslocamento das 2 componentes  $\sigma$  a partir de um B = 0T, na 3<sup>a</sup> leva. Elaborado pelos compiladores

Percebemos que os gráficos obtidos estão condizentes com a teoria devido à simetria de  $+\Delta\nu e -\Delta\nu$ .

## 5.4 Experimento 2: Efeito Zeeman -Filtros azuis

Para obter as franjas azuis do Hg, utilizamos dois filtros distintos, o primeiro chamado filtro M e o segundo filtro F. Escolhemos usar esses dois filtros, pois dentre as opções de filtros disponíveis, esses possuem uma maior transmissão na região do azul, conforme mostra a figura 31 e 32.



Figura 31: Gráfico de transmissão do Filtro M. Apostila *Color Filters*. Disponível no laboratório avançado de física



Figura 32: Gráfico de transmissão do Filtro F. Apostila *Color Filters*. Disponível no laboratório avançado de física

Nota-se que o filtro M possui um pico mais estreito e definido entre 400 e 450 nm, restrigindo a transmissão, porém pouca luz acaba passando pelo filtro, dessa forma, como apresentado na figura 33, a intensidade das franjas foi bem baixa, mas conseguimos fazer as medições. O filtro F possui maior transmissão na região do azul, melhorando a intensidade das franjas, contudo apresenta uma banda larga, deixando passar outros comprimentos de onda, como é possível notar na figura 36.

5.4.1 Filtro M



Figura 33: Filtro M, com t = 1,19mm. (a) B = 0,00T (b) B = 0,56T,  $\alpha = 0,14$  (c) B = 0,71T,  $\alpha = 0,16$  (d) B = 0,95T,  $\alpha = 0,19$  (e) B = 1,19T,  $\alpha = 0,23$  (f) B = 1,43T,  $\alpha = 0,24$  (g) B = 1,58T,  $\alpha = 0,25$  (h) B = 1,87T,  $\alpha = 0,28$ . Incerteza de  $\pm 0,02T$  nos campos e  $\pm 0,04$  nos  $\alpha$ . Elaborado pelos compiladores

A partir das imagens geradas, obtemos os valores de  $\alpha$  pelo ImageJ e *B* pela reta de regressão linear da Sonda Hall e plotamos o gráfico  $\alpha \times B$ :



Figura 34: Gráfico $\alpha \times B$ do filtro M. Elaborado pelos compiladores

O coeficiente angular encontrado foi de  $b = (0, 22 \pm 0, 01)$ . Também temos  $t = (1, 19 \pm 0, 01)$ mm e n = 1, que é o índice de refração do ar. Sabendo esses valores, podemos descobrir o magneton de bohr. Da teoria, sabemos que  $\mu_b = bhc/2nt|\beta| e |\beta|$  pode ser igual a 1,5 ou 2 para as componentes  $\sigma$  polarizadas na transição  $7_1^s \rightarrow 6^3 p_1$  azul do mercúrio. Para esses diferentes valores de  $|\beta|$ , obtivemos os seguintes  $\mu_b$ , com  $\epsilon$  sendo o erro relativo em percentual ao valor da literatura de 9,  $27 \times 10^{-24}$  J/T:

$ \beta $	$\mu_b(10^{-24}J/T)$	$\Delta \mu_b (10^{-24} J/T)$	$\epsilon(\%)$
1,5	12	1	29,4%
2	9	1	2,9%

Tabela 6: Valores de  $|\beta|$  com seus respectivos  $\mu_b$  no filtro M. Elaborado pelos compiladores

O melhor valor obtido, portanto, foi de  $\mu_b = (9 \pm 1) \times (10^{-24}) J/T$  com um erro de  $\epsilon = 2,9\%$  relativo à literatura.

Plotando o gráfico da deslocamento em relação ao campo $\Delta\nu\times B$ :



Figura 35: Deslocamento das 2 componentes  $\sigma$ a partir de B=0T do filtro M. Elaborado pelos compiladores



Figura 36: Filtro F, com t = 1,19mm. (a) B= 0,00T (b) B = 0,66T,  $\alpha = 0,11$  (c) B = 0,87T,  $\alpha = 0,14$  (d) b = 1,10T,  $\alpha = 0,16$  (e) B = 1,22T, $\alpha = 0,18$  (f) B = 1,42T,  $\alpha = 0,21$  (g) B = 1,57T,  $\alpha = 0,23$  (h) B = 1,85T,  $\alpha = 0,24$ . Incerteza de  $\pm 0,02T$  nos campos e  $\pm 0,04$  nos  $\alpha$ . Elaborado pelos compiladores

A partir das imagens plotamos o gráfico  $\alpha \times B$ :



Figura 37: Gráfico $\alpha \times B$ do filtro F. Elaborado pelos compiladores

O coeficiente angular encontrado foi de  $b = (0, 24 \pm 0, 01)$ . Seguindo a mesma lógica feita no filtro M, podemos encontrar os valores do magneton de bohr para os diferentes valores de  $|\beta|$ :

$ \beta $	$\mu_b(10^{-24}J/T)$	$\Delta \mu_b (10^{-24} J/T)$	$\epsilon(\%)$
1,5	13	1	40,2%
2	10	1	7,9%

Tabela 7: Valores de  $|\beta|$  com seus respectivos  $\mu_b$  no filtro F Elaborado pelos compiladores

O melhor resultado obtido foi de  $\mu_b = (10 \pm 1) \times (10^{-24}) J/T$  com um erro relativo de  $\epsilon = 7,9\%$  relativo à literatura. Percebemos que para ambos os filtros, o melhor valor é  $|\beta| = 2$ .

Plotando o gráfico do deslocamento em relação ao campo  $\Delta \nu \times B$ :



Figura 38: Deslocamento das 2 componentes  $\sigma$  a partir de B = 0T do filtro F. Elaborado pelos compiladores

## 5.5 Resolução do Interferômetro de Fabry-Perot

Da teoria, sabemos que  $|\Delta\nu| = \alpha/2nt$ . Já que  $|\Delta\nu|$  e t são inversamente proporcionais e  $|\Delta\lambda|$  e  $|\Delta\nu|$  também são, a diminuição na distância dos espelhos implica uma diminuição na variação do comprimento de onda e um aumento no deslocamento, o que indica que nessa configuração podemos distinguir comprimentos mais próximos, melhorando a resolução, que é em torno de  $|\Delta\nu| = (1, 26 \pm 0, 09)cm^{-1}$ , maior valor obtido em todas as levas observado na medição com o filtro verde, com  $\alpha = 0, 13 \pm 0, 01$  e  $t = (0, 50 \pm 0, 01)$ mm. Esse t foi o menor possível que conseguimos obter em todo o experimento sem as linhas ficarem indistinguíveis.

# 6 Conclusão

Os objetivos propostos nesta prática foram cumpridos e nos permitiram compreender o funcionamento do efeito Zeeman. Para as linhas verdes, com  $|\beta| = 1$ , chegamos ao valor de  $\overline{\mu_b} = (9, 4 \pm 0, 5) \times (10^{-24})$ J/T, com um erro relativo à literatura bem baixo, de  $\epsilon = 1, 4\%$ . Para as linhas azuis, com  $|\beta| = 2$ , utilizando o filtro M obtivemos  $\mu_b = (9\pm 1) \times (10^{-24})$ J/T, com erro também baixo de  $\epsilon = 2, 9\%$  e para o filtro F  $\mu_b = (10\pm 1) \times (10^{-24})$ J/T com  $\epsilon = 7, 9\%$ . Apesar dos erros para os filtros azuis serem satisfatórios e apresentarem valores com incerteza que cobre o valor da literatura, repetições de levas como no verde poderiam ter sido feitas para minimizar mais ainda o erro.

O experimento possui certas limitações no aparato experimental. A filmadora não tem uma resolução suficiente para analisar o padrão de franjas pelo software ImageJ, sendo necessário extrair os frames e fazer sua média para minimizar os ruídos. Esse procedimento, feito em python, trouxe resultados satisfatórios que nos permitiram obter  $\epsilon$  baixos para os valores de  $\mu_b$ . Ademais, o melhor alinhamento possível que conseguimos permitiu um spot de focalização da luz de 54% em relação ao diâmetro do primeiro espelho do Fabry-Perot, interferindo também no erro do magneton de bohr, mesmo que de forma pouco significativa, pois obtemos bons valores de  $\mu_b$ .

Além disso, não conseguimos capturar todas as 3 componentes do efeito zeeman transversal no mesmo vídeo. Sem o polarizador, as intensidades das componentes se somam e acabam se tornando indistinguíveis para a resolução do Fabry-Perot que obtemos de  $|\Delta\nu| = (1, 26 \pm 0, 09) cm^{-1}$ . Como consequência desse efeito, observamos uma única componente mais grossa e de maior brilho. Talvez, pelas componentes serem simétricas no átomo de mercúrio, poderíamos distinguí-las para um  $|\Delta\nu|$  com metade do valor calculado, uma vez que a linha  $\pi$  estará aproximada-

mente no meio das  $\sigma$ , que são equidistantes entre si. Para tal, teríamos que utilizar um interferômetro com maior resolução.

# Referências

- [1] Apostila de Laboratório Avançado de Física: *Efeito Zeeman*, IFSC, USP, 2023. Disponível em: https://www.ifsc.usp.br/~lavfis/ lavfiswp/wp-content/uploads/2017/06/ Zeeman-1.pdf
- [2] Davidovich I. A., Borda N.: Estudio del efecto Zeeman en Hg y determinación del magnetón de Bohr. Instituto Balsero, 2009. Disponível em: https://www.ifsc.usp.br/~lavfis/ lavfiswp/wp-content/uploads/2017/06/ EfeitoZeeman\_Davidovich.pdf
- [3] Melissinos, A. C., Napolitano J.: *Experiments in modern physics*. p 218-243. Academic Press, 2003.
- [4] Apostila de Laboratório Avançado de Física: Interferômetro de Fabry-Perot, IFSC, USP, 2013. Disponível em: https://www.ifsc.usp. br/~lavfis/lavfiswp/wp-content/uploads/ 2017/06/FabryPerot\_1.pdf
- [5] D. B. Pengra, J. Stoltenberg, R. Van Dyck and O. Vilches.: *The Hall Effect.* June, 2015. Disponível em: https://courses.washington.edu/ phys431/hall\_effect/hall\_effect.pdf

# Anexo A

```
#Importação das bibliotecas
import numpy as np
import cv2
import os
import glob
#Cria um diretório dentro da pasta que contém os vídeos e salva nele as imagens médias, com nome de ar-
quivo igual ao respectivo nome do vídeo
save_dir = 'images'
if not os.path.exists(save_dir):
os.makedirs(save_dir)
#Pega todos os vídeos em um diretório, captura todos os frames e faz uma média dos frames de cada vídeo
mp4_files = glob.glob(os.path.join('.', '*.MP4'))
for mp4_file in mp4_files:
    vid_cap = cv2.VideoCapture(mp4_file)
    ret, frame = vid_cap.read()
    avg_frame = np.float32(frame)
    frame_count = 1
    while True:
        ret, frame = vid_cap.read()
        if not ret:
            break
        frame_count += 1
        avg_frame += frame
    vid_cap.release()
    avg_frame = (avg_frame/frame_count).astype(np.uint8)
    cv2.imwrite(os.path.join(save_dir, mp4_file.replace('.MP4', '.png')), avg_frame)
```