

Universidade de São Paulo  
Instituto de Física de São Carlos  
Laboratório Avançado de Física  
ESPECTROSCOPIA POR TRANSFORMADA DE FOURIER

## INTRODUÇÃO

Conhecemos espectroscopia desde os tempos em que **Isaac Newton (1643-1727)** mostrou a decomposição da luz usando um prisma, mostrando a dispersão da luz e dando origem a um vasto campo de estudo da interação da radiação eletromagnética com a matéria. O espectro obtido pela dispersão da luz é representado em função de comprimento de onda ou frequência. No entanto existem outras formas de obter espectros, além de utilizar meios dispersivos como o prisma ou rede de difração, existe também dispositivo não-dispersivo como o interferômetro de Michelson para obter o mesmo espectro em que se aplica a transformada de Fourier do interferograma.

A transformada de Fourier é uma ferramenta matemática elaborada por **Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)**, físico matemático francês. Qualquer função pode estar representada por séries de senos e cossenos. O caráter das funções trigonométricas permite que a transformada de Fourier converta uma função do domínio de uma variável para outra e a reconstrua posteriormente, revertendo o processo. O termo usado na transformada de Fourier  $e^{-2\pi ixy}$ , onde  $x$  pode representar frequência e respectivamente  $y$  representa tempo.

$$F(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-i2\pi yx} dx$$
$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(y)e^{i2\pi xy} dy$$

A [referência 1](#) oferece uma aula sobre o tema e mostra vários exemplos.

A obtenção de um interferograma com o interferômetro de Michelson pode ser feita com o uso de uma câmera CCD que irá registrar em função do tempo da varredura do espelho móvel, gerando assim um arquivo no osciloscópio digital, e também possibilita sua transferência para um pendrive menor que 4Gb, para o caso de utilizar o arquivo com um aplicativo externo que não do osciloscópio que pode fazer a FFT.

Algumas vantagens pesam a favor da espectroscopia por FFT ao comparar com a espectroscopia dispersiva. A multiplexação ou vantagem de Fellgett. O interferograma coleta as informações de todas as frequências ou comprimentos de onda envolvidas simultaneamente. O advento dos computadores e desenvolvimento de algoritmos permitiu o avanço atual da espectroscopia por transformada de Fourier, que não é somente aplicada em espectroscopia óptica, mas também em muitas outras áreas de pesquisa e desenvolvimento: imagem por ressonância magnética, som, estruturas, dentre outros. Resumidamente as vantagens principais radicam em: (i) Maior passagem de radiação para o detector do instrumento (Fellgett), maior relação sinal-ruído. (ii) Maior poder de resolução para o instrumento. (iii) Tempo de aquisição espectral rápido. [\[2\]](#)

## FFT Simulação com interferômetro de Michelson

### Caso 1, função do tempo e função da frequência

Proposta:

3 funções senoidais, simulando 3 interferogramas de 3 fontes de frequências diferentes que podem ser obtidos através do Interferômetro de Michelson.

Programa utilizado na simulação: **Origin**

As funções representando interferogramas individuais de cada fonte e a soma, com suas FFT's aplicadas, onde i representa tempo:

$$F1 = \sin(0.1 * i)$$

$$F2 = 1.2 * \sin(.12 * i)$$

$$F3 = 1.5 * \sin(0.15 * i)$$

$$F12 = F1 + F2$$

$$F123 = F1 + F2 + F3$$

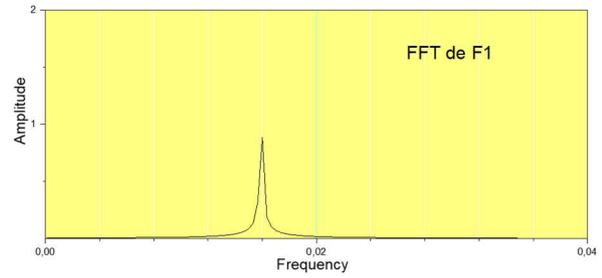
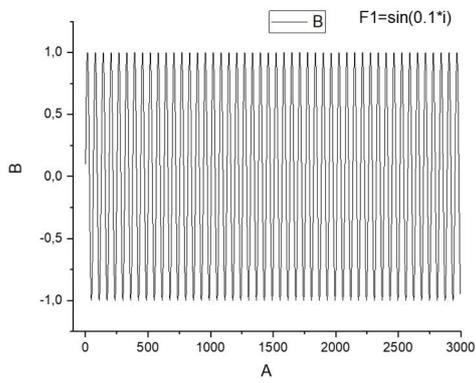
Tabela de dados gerados para simular os interferogramas

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)	E(Y)	F(Y)
Long Name						
Units						
Comments						
F(x)=	i	sin(0,1*i)	1.2*sin(.12*i)	1.5*sin(0,15*i)	col(b)+ col(c)	col(c)+col(d)+col(e)
1	1	0,09983	0,14365	0,22416	0,24349	0,6113
2	2	0,19867	0,28524	0,44328	0,48391	1,21244
3	3	0,29552	0,42273	0,65245	0,71825	1,79343
4	4	0,38942	0,55414	0,84696	0,94355	2,34465
5	5	0,47943	0,67757	1,02246	1,157	2,85703
6	6	0,56464	0,79126	1,17499	1,3559	3,32216
7	7	0,64422	0,89357	1,30113	1,53779	3,7325
8	8	0,71736	0,98303	1,39806	1,70039	4,08147
9	9	0,78333	1,05835	1,46359	1,84168	4,36361
10	10	0,84147	1,11845	1,49624	1,95992	4,57461
11	11	0,89121	1,16246	1,4953	2,05367	4,71142
12	12	0,93204	1,18975	1,46077	2,12179	4,77231
13	13	0,96356	1,19993	1,39344	2,16349	4,75686
14	14	0,98545	1,19285	1,29481	2,1783	4,66597
15	15	0,99749	1,16862	1,16711	2,16611	4,50184
16	16	0,99957	1,12757	1,01319	2,12715	4,26792
17	17	0,99166	1,07031	0,83653	2,06198	3,96882
18	18	0,97385	0,99766	0,64107	1,97151	3,61024
19	19	0,9463	0,91066	0,43122	1,85696	3,19883
20	20	0,9093	0,81056	0,21168	1,71985	2,74209
21	21	0,86321	0,6988	-0,01261	1,56201	2,24819
22	22	0,8085	0,57699	-0,23662	1,38548	1,72585
23	23	0,74571	0,44688	-0,45531	1,19258	1,18415
24	24	0,67546	0,31034	-0,66378	0,98581	0,63237
25	25	0,59847	0,16934	-0,85734	0,76782	0,07982
26	26	0,5155	0,02591	-1,03165	0,54141	-0,46433
27	27	0,42738	-0,1179	-1,18279	0,30948	-0,9912
28	28	0,33499	-0,26001	-1,30736	0,07498	-1,4924
29	29	0,23925	-0,39838	-1,40258	-0,15913	-1,96009
30	30	0,14112	-0,53102	-1,4663	-0,3899	-2,38722
31	31	0,04158	-0,65603	-1,49708	-0,61445	-2,76756
32	32	-0,05837	-0,7716	-1,49425	-0,82997	-3,09582

i= 1 até 3000

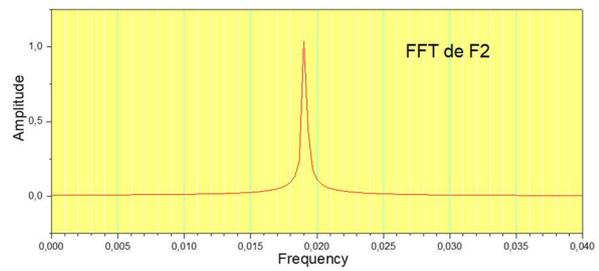
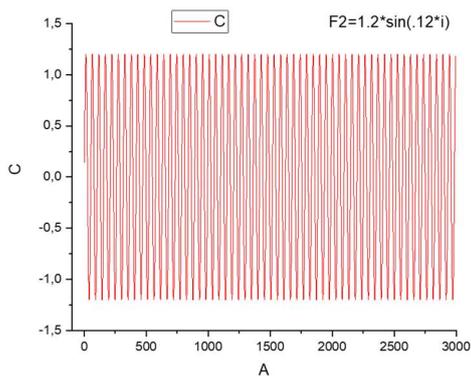
### Função F1

FFT →



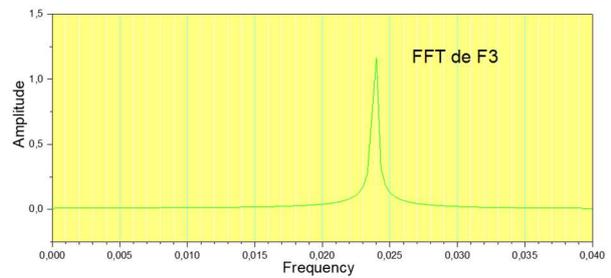
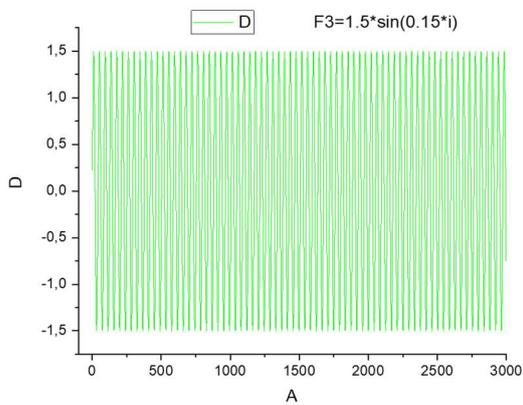
### Função F2

FFT →



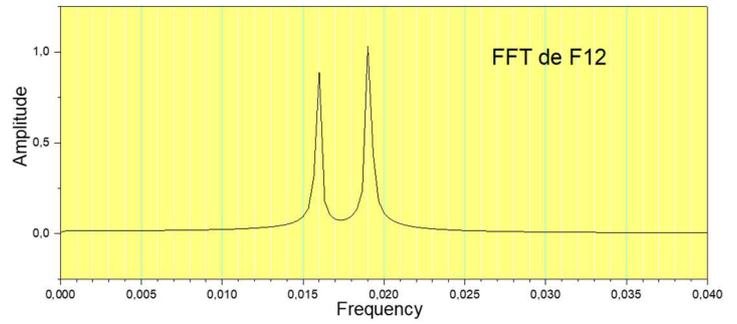
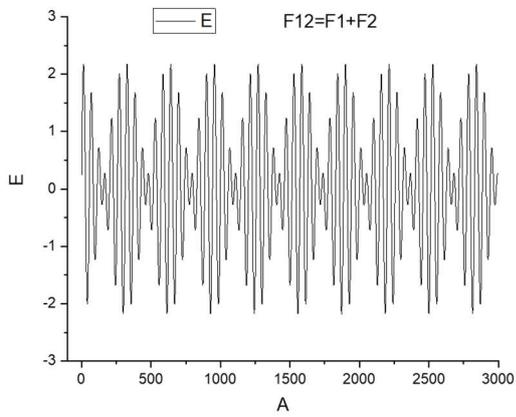
### Função F3

FFT →



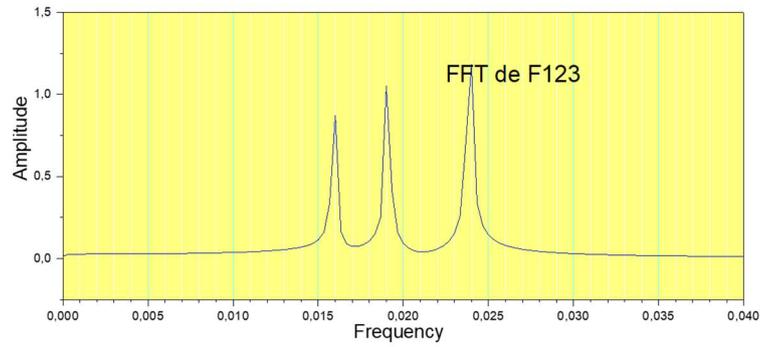
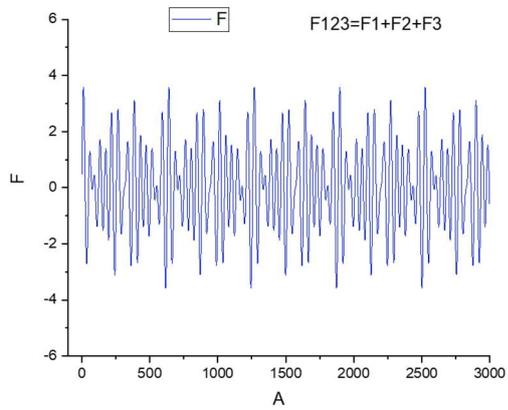
Função  $F_{12} = F_1 + F_2$

FFT →

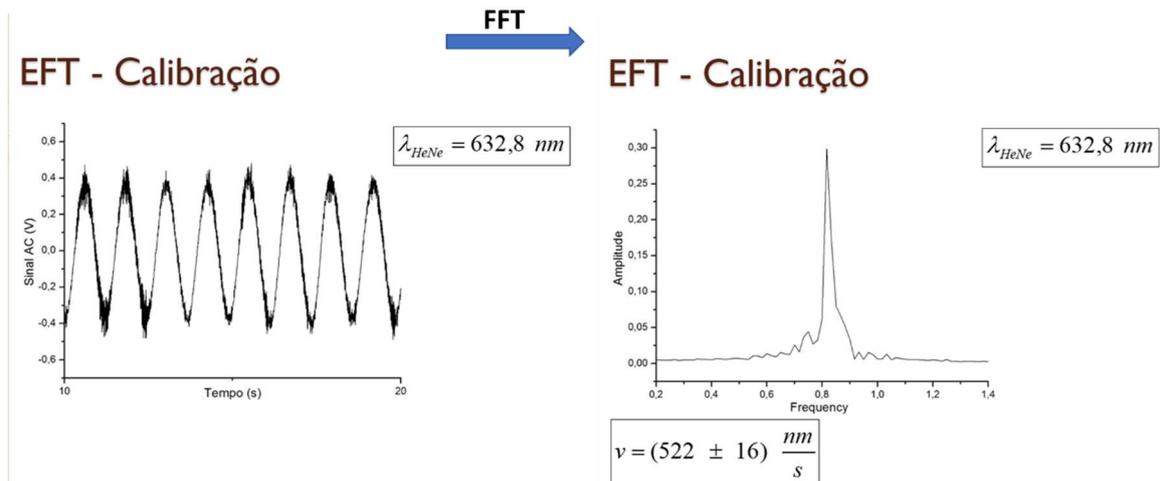


Função  $F_{123} = F_1 + F_2 + F_3$

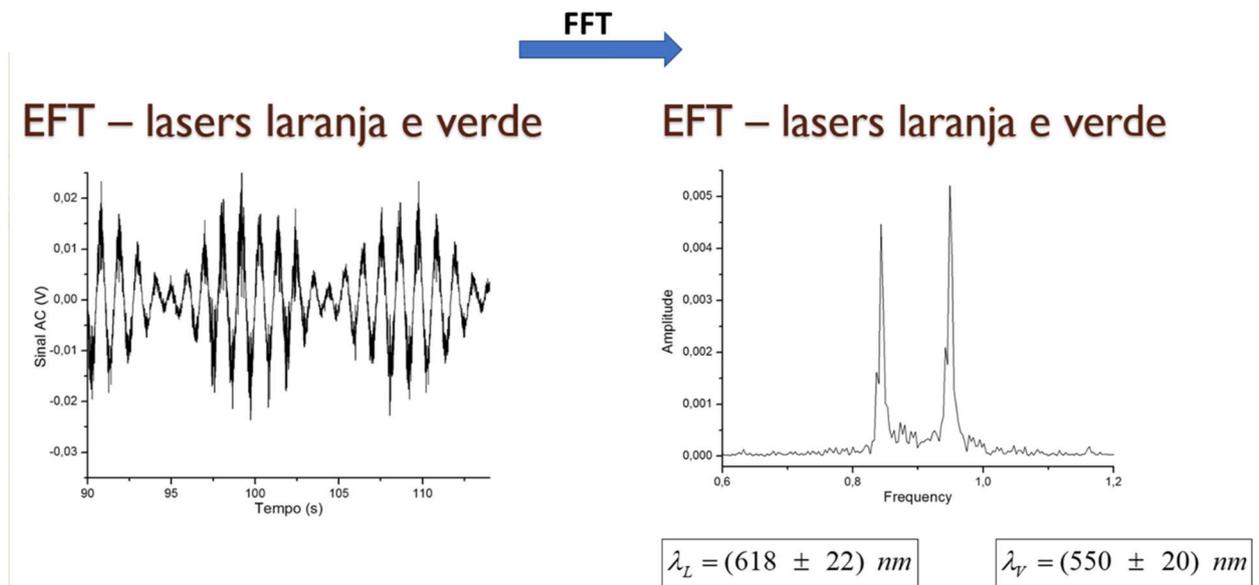
FFT →



**Exemplo** de resultados experimentais obtidos (Ref: Workshop do Laboratório Avançado apresentado por Gabriel Tamashiro e William Matioli Serenome – 2011)



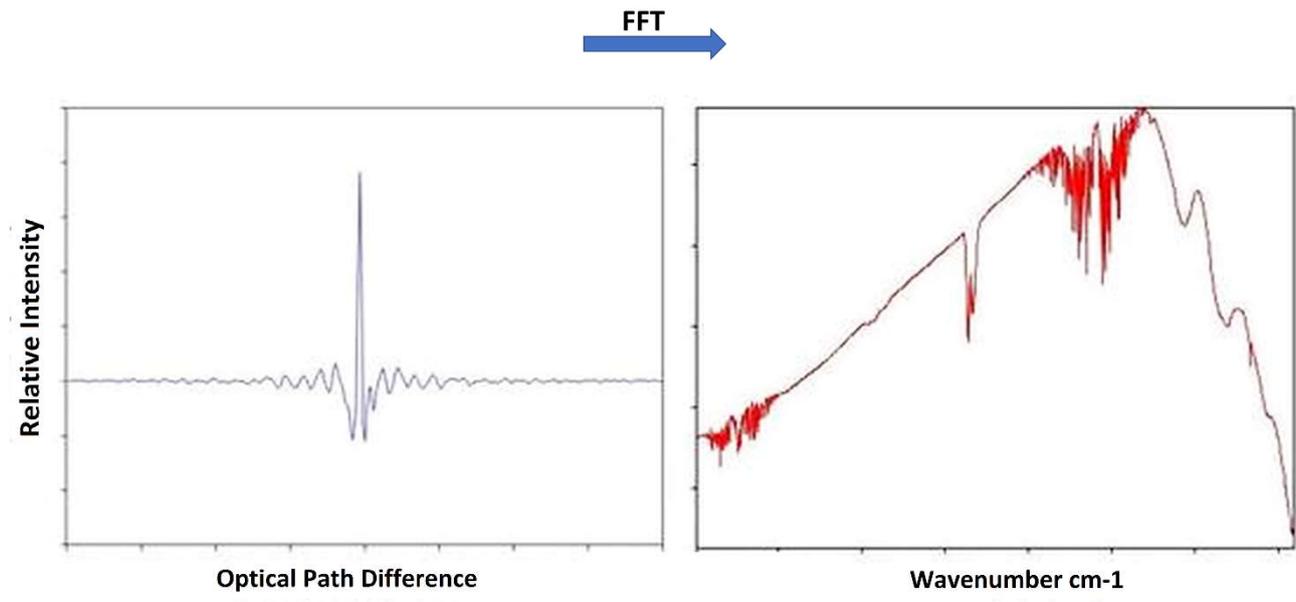
Com 2 frequências diferentes



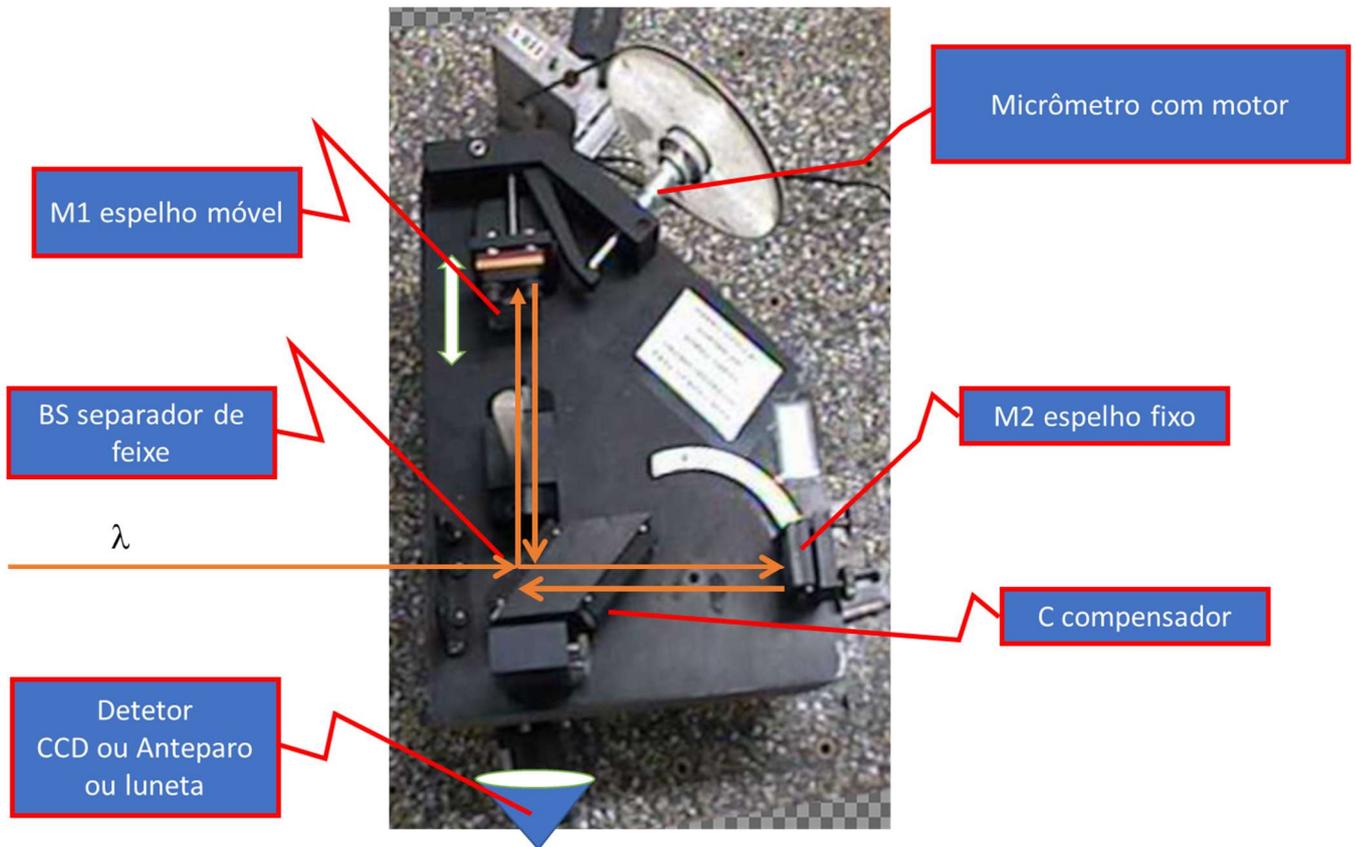
**Caso 2**, função de diferença de caminho óptico e função de número de onda

### Correlação entre os dois casos 1 e 2

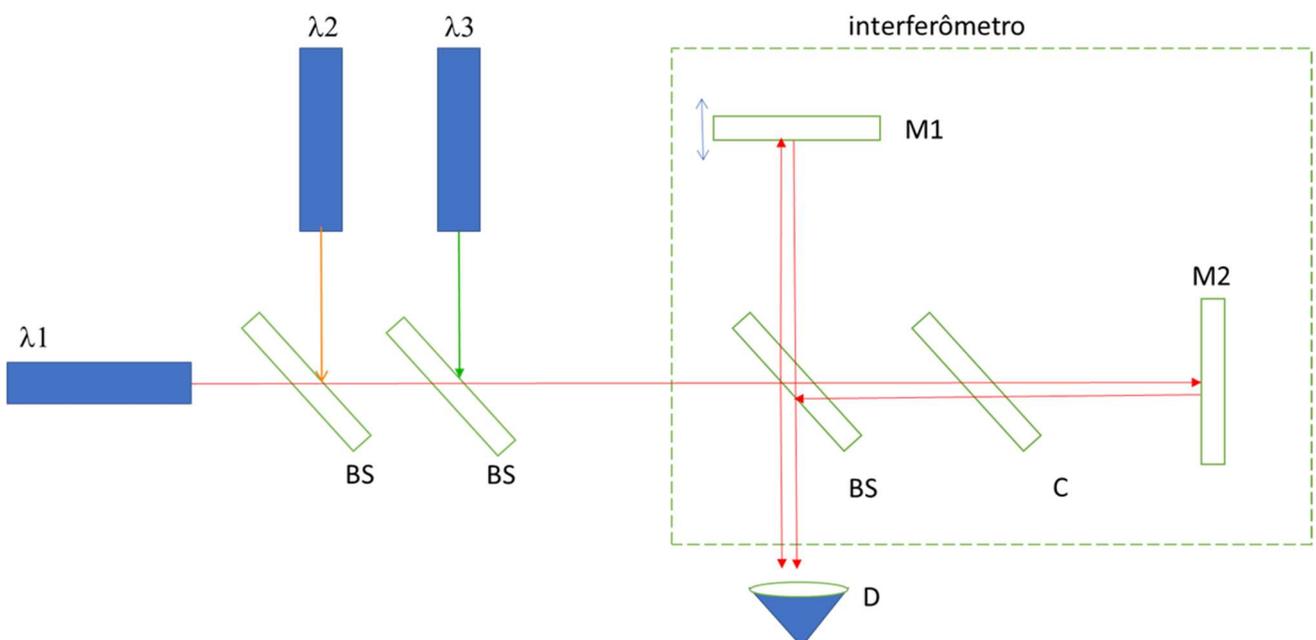
As variáveis das funções de um e outro estão correlacionados de certa forma, observem que no caso 1, o interferograma obtido com a base tempo, pode-se determinar a velocidade de passagem de franjas, que também determina o deslocamento do espelho ao fazer varredura, mostrando a diferença de caminho óptico que corresponde ao caso 2.



## Interferômetro de Michelson no laboratório



### Montagem com diferentes fontes de laser:



O deslocamento do espelho M1 é descrito por  $d_1$ , o qual é posicionado pelo deslocamento do micrômetro  $D_1$ . A equação oferece a interferência construtiva, onde  $K$  é constante de proporcionalidade que associa  $d_1$  com  $D_1$ .

$$\Delta m \lambda = 2(d_1 - d_2) = 2K(D_1 - D_2)$$

$$\lambda = \frac{2K(D_1 - D_2)}{\Delta m}$$

## Instrumentação

1. Um interferômetro de Michelson, com luneta e diversas oculares.
2. Diversos lasers de HeNe de diferentes comprimentos de onda, com respectivos suportes
3. Lentes e suportes
4. Detectores e contador
5. Câmera de CCD e monitor de vídeo
6. Osciloscópio digital

## Metodologia

O deslocamento do espelho móvel é comandado por um micrômetro, através de uma alavanca acoplada ao espelho móvel, promovendo um deslocamento proporcional.

### Parte A.- Calibração do interferômetro

1. **Determinação do coeficiente  $K$ .** Obtenha da seguinte forma o padrão de interferência usando o laser  $\lambda_1$  de HeNe vermelho (632,8nm). Alinhar laser  $\lambda_1$ , sem abrir o feixe, observe múltiplas reflexões pontuais em D, alternando o ajuste dos espelhos M1 e M2, superponha todos os pontos em um.
2. Abra o feixe do laser usando uma lente, divergente ou convergente de foco 50mm, observe o padrão de interferência e centralize.
3. Utilize a CCD ou observe num anteparo o padrão de interferência e movimente o espelho M1 usando o micrometro. Observe como as franjas de interferência se deslocam com o movimento do micrometro.
4. Após que o interferômetro estiver alinhado (bom padrão de franjas), tome uma leitura do micrômetro ( $D_1$ ). Girando o micrômetro, o espelho  $M_1$  se movimentará lentamente. Conte as franjas à medida que vão passando através de um ponto de referência ou à medida que vão aparecendo ou desaparecendo no centro do padrão de interferência. Para uma precisão satisfatória poderá contar de 50 a 100 franjas ou seja  $\Delta m$  franjas. Tome a nova leitura do micrômetro ( $D_2$ ). Conhecido o comprimento de onda do laser é possível determinar a constante de proporcionalidade  $K$ , já que:

$$\Delta m \lambda = 2(d_1 - d_2) = 2K(D_1 - D_2) \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{2K(D_1 - D_2)}{\Delta m}$$

5. Onde  $d_1 - d_2$  é a distância de deslocamento do espelho  $M_1$ ,  $D_1 - D_2$  é a diferença de leitura no micrômetro e  $K$  a razão do movimento do espelho  $M_1$  à leitura do micrômetro.
6. Uma alternativa para determinar  $K$  é obter um gráfico da equação (1) em intervalos de  $\Delta m$  em que os  $D$ 's são mensuráveis.
7. **Conhecido  $K$ , realizar o processo inverso para determinar o comprimento de onda do laser  $\lambda_1$  de HeNe vermelho (632,8nm).** Realize novas medidas de  $\Delta m$  franjas e  $D_i$ 's e determine  $\lambda_1$ .
8. Avalie seus resultados e conclua.

## Parte B.- Espectroscopia por Transformada de Fourier

Basta seguir analogamente o procedimento proposto na **FFT Simulação com interferômetro de Michelson**, usando 3 lasers de HeNe de diferentes comprimentos de onda.

1. **Obter o interferograma para cada laser individualmente.** E ligue o motor que acciona o deslocamento do micrometro. Acompanhe no osciloscópio digital ou no anteparo o deslocamento das franjas com o deslocamento do micrometro.
2. O interferograma pode ser adquirido e arquivado na memória do osciloscópio digital, teste várias extensões do interferograma variando a base tempo do osciloscópio e obter a FFT usando aplicativo do próprio osciloscópio ou transferir os arquivos para um pendrive (menor que 4 Gb) que pode ser conectado na USB do osciloscópio, nesse caso pode tratar seus interferogramas com aplicativos externos que nem o Origin.
3. **Obter o interferograma superposto para cada 2 lasers** ( $\lambda_1 + \lambda_2$ ,  $\lambda_1 + \lambda_3$  e  $\lambda_2 + \lambda_3$ ) e suas respectivas FFT's.
4. **Obter o interferograma superposto para 3 lasers** ( $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ ) e sua respectiva FFT.
5. **Considere um caso de um interferograma com 2 lasers, procure fazer a FFT para diferentes extensões do interferograma.** Por exemplo, se a extensão for de tamanho L, fazer a FFT para 5L e para 0,5L. Observe com cuidado a FFT, notou alguma diferença nesses resultados? analise e conclua.

### Questões

1. Como tratar resolução do espectro?
2. E já imaginaram um interferômetro com braços de 40 Km? Interessado? Procure o projeto Cosmic Explorer (gravitational wave observatory).

### Referencias

1. [Transformada de Fourier Capitulo 7 gradadm ifsc-usp br 20141 FFIO306-1](#)
2. [vivencia lqes meprotec espec fourier](#)