

# Estudio del efecto Zeeman en Hg y determinación del magnetón de Bohr

Nicolás Borda, Iván A. Davidovich  
Instituto Balseiro  
Abril 2009

Se estudió el efecto Zeeman anómalo en Hg. Para ello se observó el desdoblamiento de las líneas espectrales de longitud de onda 546,2 nm, 435,8 nm y 404,6 nm emitidas por una lámpara de descarga de Hg, al aplicarse sobre ella un campo magnético. Se realizó un análisis cuantitativo de estos desdoblamientos a través de la adquisición y procesamiento de imágenes digitales. A partir de este análisis fue posible determinar el valor del magnetón de Bohr, como  $\mu_B = (9,23 \pm 0,09) \times 10^{-24} \frac{J}{T}$ , que es consistente con el valor aceptado.

## I. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

La absorción o emisión de radiación electromagnética por parte de un átomo involucra una transición entre dos estados de energías diferentes de modo tal que se satisfagan ciertas reglas de selección que se presentan a continuación:

$$\begin{aligned}\Delta S &= 0 \\ \Delta L &= 0, \pm 1 \\ \Delta J &= 0, \pm 1 \text{ (no } J = 0 \Rightarrow J = 0) \\ M_J &= 0, \pm 1 \text{ (no } M_J = 0 \Rightarrow M_J = 0 \text{ si } \Delta J = 0)\end{aligned}\quad (1)$$

donde  $S$  es el número cuántico asociado al spin de los electrones,  $L$ , el momento angular orbital,  $J$ , el momento angular total del átomo y  $M_J$ , el número cuántico vinculado a la componente en el eje  $z$  del momento magnético atómico [1].

De acuerdo a la mecánica cuántica, el momento angular total está dado por  $|\mathbf{J}|^2 = J(J+1)\hbar^2$ , donde  $2J$  puede ser cualquier entero no negativo, tal que  $2J$  es par si el átomo tiene un número par de electrones y es impar si el número de electrones es impar. El momento angular orbital también está cuantizado en unidades de  $\hbar$  y,  $L$  puede tomar cualquier valor entero no negativo. Los valores  $L = 0, 1, 2, \dots$  corresponden a los niveles  $s, p, d, \dots$  que se utilizan en la descripción de la configuración electrónica de los átomos. El número cuántico de spin, a diferencia de los otros, solo puede tomar valores  $S = \pm \frac{1}{2}$  para cada uno de los electrones del átomo. La relación entre los momentos angulares orbital y spin con el momento angular total está dada por  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ , donde en mecánica cuántica esto significa que  $J$  puede tomar valores enteros positivos entre  $L - S$  y  $L + S$ . Por último  $M_J$  puede tomar valores entre  $-J$  y  $J$ .

El efecto Zeeman consiste en el desdoblamiento de niveles atómicos de energía, y en consecuencia, de las correspondientes líneas espectrales, cuando los átomos se colocan en un campo magnético. En tal caso, lo que ocurre es que cada orientación permitida de  $\mathbf{J}$  con respecto a la dirección del campo está asociada con una energía diferente. A su vez, el número de líneas espectrales depende de los momentos angulares spin y orbital, en los estados de energía inicial y final que intervienen en la producción de la línea original.

## A. Efectos Zeeman normal y anómalo

Al introducir un campo magnético uniforme  $\mathbf{B}$  en la dirección  $z$ , la energía de interacción entre el momento magnético atómico  $\mu$  y el campo varía según:

$$\Delta E = -\mu \cdot \mathbf{B} \quad (2)$$

Debido a la presencia del campo, la componente  $z$  de  $\mathbf{J}$  está restringida a los valores discretos del número cuántico  $M_J$ . En términos de la misma, se llega a la siguiente expresión:

$$\Delta E = g\mu_B M_J B \quad (3)$$

En la ecuación 3,  $M_J$  sale como autovalor al tratar la variable  $J_z$  como operador.  $\mu_B$  es una constante fundamental igual a  $\frac{e\hbar}{2m_e}$ , con  $e$  y  $m_e$  la carga y masa del electrón respectivamente, y se conoce como *magnetón de Bohr*. El factor  $g$ , conocido como *factor de Landé*, es un factor adimensional del orden de la unidad, que depende esencialmente del acoplamiento cuántico de los momentos angulares de los electrones de valencia. Este factor se calcula de la siguiente manera:

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (4)$$

En el caso de transiciones entre estados con spin nulo, se habla de *efecto Zeeman normal*. Teniendo en cuenta la cuarta regla de selección en las ecuaciones 1 y que en este caso  $g = 1$ , el resultado es una división de la línea espectral en cuestión en tres líneas. Este efecto pudo ser explicado anteriormente al descubrimiento del spin de los electrones. Sin embargo, en desdoblamientos más complejos, se habla de *efecto Zeeman anómalo*, que fue explicado a partir de la introducción del momento angular intrínseco o spin de los electrones, muchos años después.

Cuando un átomo emite radiación electromagnética se produce una transición entre dos estados de energías diferentes de modo tal que:

$$\Delta E = E_f - E_i = h\frac{c}{\lambda} \quad (5)$$

donde  $E_i$  y  $E_f$  son las energías de los niveles inicial y final respectivamente,  $h$  es la constante de Planck,  $c$ , la velocidad de la luz, y  $\lambda$ , la longitud de onda del fotón emitido.

Al introducir el campo magnético  $\mathbf{B}$ , la línea espectral correspondiente a  $\lambda$  se divide, de acuerdo con la ecuación 3, teniéndose otras líneas de longitud de onda muy próximas. Es posible obtener una expresión de la pequeña diferencia en número de onda  $\Delta\nu$ , entre la línea original y alguna de las nuevas, a partir de las ecuaciones 3 y 5. Siendo  $i$  el estado inicial de la transición y  $f$ , el final, resulta:

$$\Delta\nu = \beta \frac{\mu_B B}{hc} \quad (6)$$

con  $\beta = (gM_J)_f - (gM_J)_i$ .

### B. Efecto Zeeman anómalo en Hg

En esta práctica se estudió el efecto Zeeman sobre diferentes longitudes de onda del espectro de emisión del Hg. Este elemento tiene 80 electrones en el estado fundamental con la configuración electrónica  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14} 5s^2 5p^6 5d^{10} 6s^2$ . Los niveles 1, 2, 3, 4 y 5 forman una estructura altamente estable, por lo cual, las líneas emitidas por el Hg se deben a las transiciones de los dos electrones del nivel  $6s$  entre los distintos estados excitados posibles.

En un sistema de dos electrones, como el Hg o el He, el momento angular total del átomo está determinado por el momento angular total de los dos electrones de valencia ya que los momentos angulares orbitales e intrínsecos de los electrones de niveles inferiores suman cero. En estos casos, coexiste la interacción electrostática (repulsión de Coulomb) con la magnética (interacción espín-órbita), y el modelo se conoce como *acoplamiento LS*.

Cuando las condiciones de acoplamiento LS se satisfacen, los niveles de energía pueden ser descritos directamente a partir de  $L$  y  $S$ . El momento total  $J = L + S$  también puede utilizarse para esta caracterización de los niveles de energía del átomo y en tal caso,  $M_J$  es un autovalor del operador  $J_z$ .

Fue objeto de estudio en esta práctica el efecto Zeeman sobre ciertas líneas espectrales del Hg. Las mismas se presentan en el cuadro I, junto con los estados involucrados en la transición correspondiente.

Cuadro I: Longitudes de onda del espectro de emisión del Hg sobre las cuales se observó el efecto Zeeman, colores y transiciones correspondientes<sup>a</sup>.

$\lambda$ [nm]	Color	Transición
546,2	Verde	$7^3s_1 \rightarrow 6^3p_2$
435,8	Azul	$7^3s_1 \rightarrow 6^3p_1$
404,6	Violeta	$7^3s_1 \rightarrow 6^3p_0$

<sup>a</sup>La notación utilizada es  $n^{2S+1}L_J$ , donde  $n$  es el nivel de energía

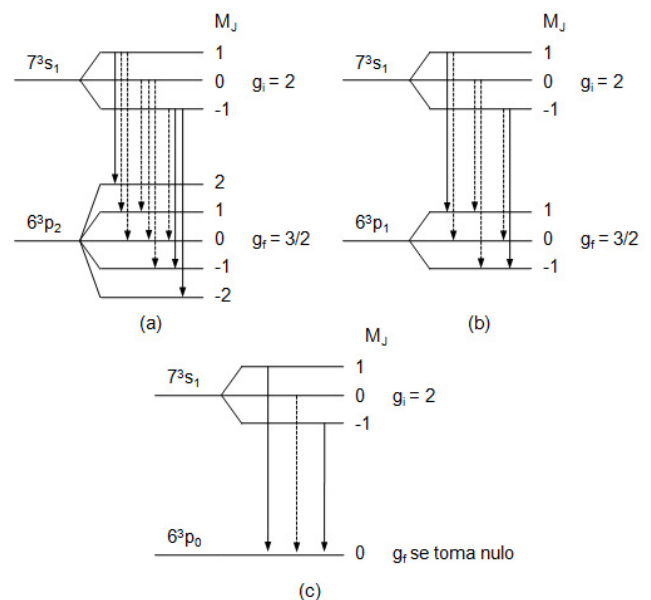


Figura 1: Diagramas de transiciones del Hg al desdoblarse los niveles cuánticos indicados. En (b) no está permitida la línea que va de  $(M_J)_i = 0$  a  $(M_J)_f = 0$  ya que no satisface la cuarta regla de selección presentada en las ecuaciones 1. En (c), debe tomarse  $g_f = 0$  para calcular  $\beta$  ya que no hay desdoblamiento del nivel  $6^3P_1$ .

De las transiciones indicadas en el cuadro I, se pueden calcular los factores  $g$  de Landé correspondientes utilizando la fórmula 4. Según las reglas de selección dadas por el conjunto de ecuaciones 1, resulta que, al aplicar un campo magnético, sólo son posibles ciertas transiciones. La figura 1 presenta diagramas ilustrativos de aquellas, como así también el factor  $g$  de Landé y los números cuánticos  $M_J$  en cuestión, según las distintas longitudes de onda bajo estudio.

### C. Polarización de la luz emitida

A partir de la teoría cuántica, desarrollada en torno a un modelo dipolar eléctrico, se tiene además que la luz emitida por los átomos de Hg está polarizada. El tipo de polarización depende del número cuántico  $M_J$ , vinculado a la componente en el eje  $z$  del momento magnético atómico de la siguiente manera:

$$\Delta M_J = \pm 1 \Rightarrow \text{luz } \sigma - \text{polarizada}$$

$$\Delta M_J = 0 \Rightarrow \text{luz } \pi - \text{polarizada}$$

La polarización  $\sigma$  corresponde a la polarización circular, quedando las líneas perpendiculares al campo magnético. Mientras que la polarización  $\pi$  es lineal paralela al campo. En la figura 2 se muestran los picos de intensidad que se esperarían de las líneas producidas a partir de la línea espectral verde ( $\lambda = 546,2$  nm). Allí mismo se indica la polarización que debieran presentar.

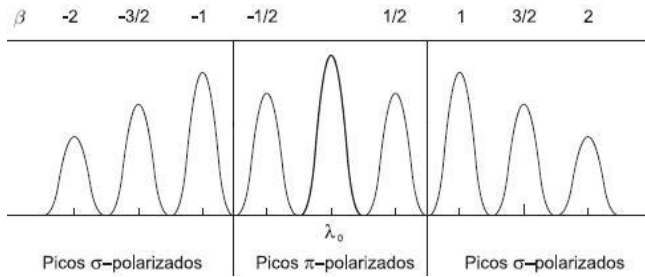


Figura 2: Picos de las líneas producidas a partir de la línea espectral correspondiente a  $\lambda = 546,2$  nm. Se diferencian aquellos de polarización  $\sigma$  de aquellos de polarización  $\pi$ .

#### D. Etalón de Fabry-Perot

Este instrumento de gran resolución cuenta con numerosas aplicaciones, entre ellas, la medición de pequeñas diferencias de número de onda, como es de esperar que aparezcan en la observación del efecto Zeeman.

Un etalón de Fabry-Perot está compuesto, básicamente, de dos superficies paralelas y de alto poder reflectante, separadas por una distancia  $t$ . El fenómeno físico que ocurre en el mismo es el de interferencia en películas delgadas. Si parte de la luz emitida desde el etalón de Fabry-Perot se capta con una lente convergente, los rayos de luz que salen convergen al plano focal de la lente, donde se forma un patrón de anillos, dado que a ciertos ángulos hay interferencia constructiva y a otros, interferencia destructiva. Este patrón depende, esencialmente, de la longitud de onda de la luz.

Para la observación del efecto de Zeeman, es de esperar que al introducir un campo magnético cambie el patrón de anillos, apareciendo nuevos anillos y, eventualmente, desapareciendo los originales. Esto es debido a que en el espectro de emisión, ahora con los niveles cuánticos desdoblados, aparecen nuevas longitudes de onda ligeramente diferentes. Es de interés, entonces, conocer cómo se relaciona la diferencia entre el número de onda de una línea que se separa y el de la original,  $\nu$ , con los patrones de anillos formados.

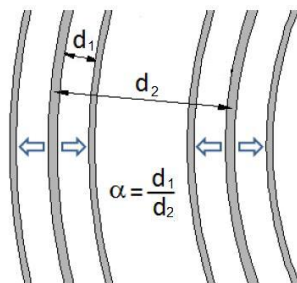


Figura 3: Separaciones entre anillos  $d_1$  y  $d_2$ , que definen  $\alpha$ .

En el *Apéndice A* de este informe se detalla la modelización de un sistema etalón de Fabry-Perot - lente. Allí mismo se obtiene la siguiente ecuación:

$$|\Delta\nu| = \frac{\alpha}{2nt}, \quad \alpha = \frac{d_1}{d_2} \quad (7)$$

donde:  $d_1$  es la distancia entre la posición de cada anillo de orden  $m + 1$  que aparece al introducir cierto campo, y su posición original (del mismo orden) cuando no había campo aplicado;  $d_2$  es la distancia entre anillos de órdenes  $m$  y  $m + 1$  sin campo aplicado. En la figura 3 se representan estas separaciones entre líneas.

Sustituyendo  $\Delta\nu$  de la ecuación 7 en 6, resulta:

$$\alpha \frac{1}{2nt} = |\beta| \frac{\mu_B B}{hc} \Rightarrow \alpha = bB \quad (8)$$

con  $b = \frac{2nt|\beta|\mu_B}{hc}$ . Lo cual muestra que  $\alpha$  es proporcional a  $B$ , y  $b$  es la constante de proporcionalidad.

En esta práctica se observó el efecto Zeeman anómalo sobre las líneas espectrales de longitud de onda indicadas en el cuadro I. Esto se realizó aplicando un campo magnético de intensidad variable y se determinó el magnetón de Bohr.

## II. MÉTODO EXPERIMENTAL

### A. Equipo experimental

Para la observación del efecto Zeeman anómalo en distintos niveles de energía del Hg, se utilizó un sistema óptico que permitió estudiar los desdoblamientos de las líneas espectrales de la luz proveniente de una lámpara de descarga llena de vapor de Hg, ubicada entre las piezas polares de un electroimán capaz de generar un campo magnético de hasta 2,25 T entre las mismas. Este electroimán se alimentó con dos fuentes de corriente KEPCO Bipolar Operational Power Supply/Amplifier en paralelo, capaces de entregar un máximo de 20 A cada una. Estas fuentes eran comandadas remotamente desde una PC, a través de una interfaz de tipo IEEE 488.2, usando un programa diseñado a tal fin. El diseño original de este programa no fue realizado por quienes escriben este informe, si bien los mismos efectuaron ligeras modificaciones al mismo. El código fuente de este programa, en su versión final al momento de terminadas las mediciones, puede verse en el *Apéndice D*.

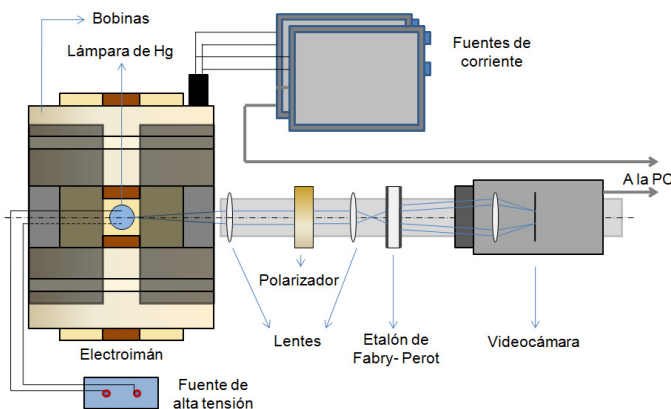
Previamente al montaje de la lámpara y del sistema óptico, se procedió a realizar una calibración del electroimán. En el *Apéndice B* se detalla cómo se llevó a cabo esta calibración y cuáles fueron sus resultados. Terminada esta calibración, se montó la lámpara entre las piezas polares del electroimán, procurando colocarla de manera tal que la parte central de la misma se ubicase en la región que antes, en la calibración, se había determinado como aquella en la cuál el campo

magnético era máximo a una dada corriente circulando en las bobinas del electroimán. Una vez dispuesta allí, la lámpara se conectó a su fuente de tensión, capaz de generar una diferencia de potencial de 5kV. El manejo de esta alta tensión requirió el uso de cables adecuados, utilizándose cables de bujía. Acto seguido, se construyó una máscara en cartulina negra que permitiese dirigir hacia el sistema óptico de pronta construcción sólo la luz proveniente de la porción de la lámpara que se encontraba directamente afectada por el campo magnético generado por el electroimán. En la construcción de esta máscara debió tenerse en cuenta el dejar un espacio abierto para la correcta ventilación del electroimán y la lámpara.

Hecho este montaje, se procedió a construir el sistema óptico que permitiría estudiar el efecto en cuestión. Las piezas principales de este sistema óptico fueron un etalón de Fabry-Perot (ver *Apéndice A* con respecto al funcionamiento del mismo), que permitió observar el efecto Zeeman en las distintas líneas del Hg y, una videocámara conectada a la PC a través de una placa de adquisición de video que permitió adquirir imágenes de los anillos obtenidos con el etalón, y a partir de ellas conseguir valores numéricos de varias de las magnitudes finalmente involucradas en la obtención del valor medido del magnetón de Bohr. Este par de elementos principales se complementaba con lentes que permitían formar un patrón de anillos, un filtro que daba la posibilidad seleccionar una única línea espectral para su estudio (esto sólo era posible si no había otras líneas de longitud de onda muy cercana) y un polarizador para seleccionar entre juegos de líneas desdobladas según su polarización  $\sigma$  o  $\pi$  (ver figura 4). El etalón de Fabry-Perot fue construido plateando las dos caras de mayor área de una placa holográfica. La placa era de espesor  $t = (1,529 \pm 0,001)$  mm.

## B. Captura y procesamiento de las imágenes

Como se dijo con anterioridad, se adquirieron imágenes de los anillos de interferencia formados por el etalón de Fabry-Perot utilizando una videocámara y una placa de adquisición de video. Para adquirir y administrar las imágenes desde la



PC se empleó el software provisto junto con la placa, a saber Muvée 5. A la hora de tomar las imágenes, la videocámara se enfocó al infinito y se dispuso en el modo Super Nightshot, el cual realiza el promedio de una cierta cantidad de imágenes consecutivas y presenta como imagen a cada instante el resultado de dicho promedio.

Se tomaron imágenes del fenómeno de desdoblamiento de las líneas espectrales de longitudes de onda 546,2 nm (línea de color verde), 404,6 nm (línea de color violeta) y 435,8 nm (línea de color azul). De cada una de estas líneas se observó el fenómeno con cada una de dos polarizaciones perpendiculares entre sí ( $\pi$  y  $\sigma$ ) y con distintas corrientes configuradas en las fuentes de corriente. Si bien todas las mediciones comenzaron con una corriente configurada de 0 A, la corriente máxima que llegó a configurarse en cada caso y el paso utilizado al variar la corriente dependieron de las características particulares de cada línea. Con cada corriente aplicada, con cada polarización y de cada línea, se tomaron 50 imágenes manteniendo la cámara fija. Luego se utilizó un programa de desarrollo propio para promediar estas imágenes píxel por píxel para conseguir un filtrado temporal de las imágenes que atenuase el ruido de fondo y resaltase las líneas observadas. Dado que las imágenes eran de 32 bits por píxel, se promediaron por separado los canales R, G, B y Alpha. El código fuente del programa empleado para lograr esto se encuentra en el *Apéndice D* de este informe.

Una vez obtenidas las imágenes filtradas, se las transformó a un formato de escala de grises de 8 bits por píxel, con el fin de poder continuar su procesamiento utilizando el software Scion Image. Aplicando la herramienta Plot Profile de Scion Image a líneas horizontales elegidas convenientemente en cada imagen (de manera tal que la dirección de la línea fuese radial), se obtuvieron perfiles de intensidades de todas las imágenes filtradas.

A partir de estos perfiles y, teniendo en cuenta que un anillo se observa como un máximo de intensidad en el perfil, se determinó un factor  $\alpha$  (según fue definido en la *Introducción*) por cada uno de ellos. Se realizaron entonces ajustes lineales de estos valores  $\alpha$ , como función del campo magnético aplicado a la lámpara, de cada longitud de onda

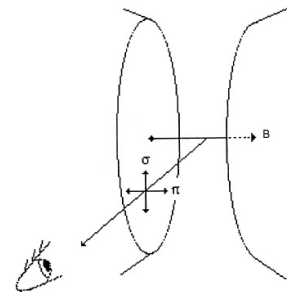


Figura 4: Arreglo experimental utilizado y polarizaciones,  $\sigma$  y  $\pi$ , según la dirección del campo magnético aplicado por el electroimán.

y, a partir de la pendiente  $b$  de cada una de dichas rectas de ajuste se calculó el magnetón de Bohr con cada una de las líneas estudiadas aplicando la ecuación 8. Como puede verse, para la obtención del magnetón de Bohr a partir de dicha expresión es necesario conocer el índice de refracción del material del cual está construido el etalón de Fabry-Perot. Se sugiere consultar el *Apéndice C* sobre la medición de este índice y su estimación con las distintas longitudes de onda estudiadas. Haciendo un promedio pesado de estos valores del magnetón de Bohr se obtuvo un valor final del mismo.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### A. Observación del efecto Zeeman y filtrado de las imágenes

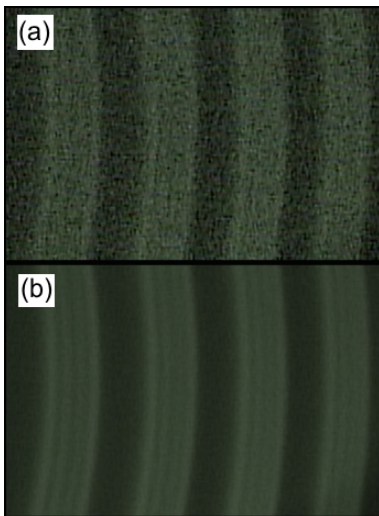


Figura 5: Comparación entre una imagen sin procesar, (a), y otra, (b), obtenida tras aplicar el filtrado temporal. Es notoria la reducción del ruido.

Al aplicar el filtrado temporal a las fotografías tomadas se obtuvieron imágenes como la que se muestra en la figura 5 (b). Como se puede apreciar, la reducción del ruido respecto de la imagen de la figura 5 (a) resultó notoria, permitiendo así definir mejor los anillos y medir con mayor precisión la distancia entre los mismos.

La figura 6 presenta otros ejemplos de estas imágenes procesadas en los distintos casos estudiados en esta práctica. A lo largo de la experiencia se intentó estudiar el efecto Zeeman sobre la línea espectral de longitud de onda  $\lambda = 578$  nm (de color amarillo), imágenes de lo cual se muestran en la figura

Respecto de la observación del fenómeno en sí, puede verse el progresivo desdoblamiento de una de las líneas espectrales estudiadas, al aumentar el campo magnético aplicado sobre la lámpara en la figura 7. En la misma se presentan también los perfiles de intensidad obtenidos con esta línea.

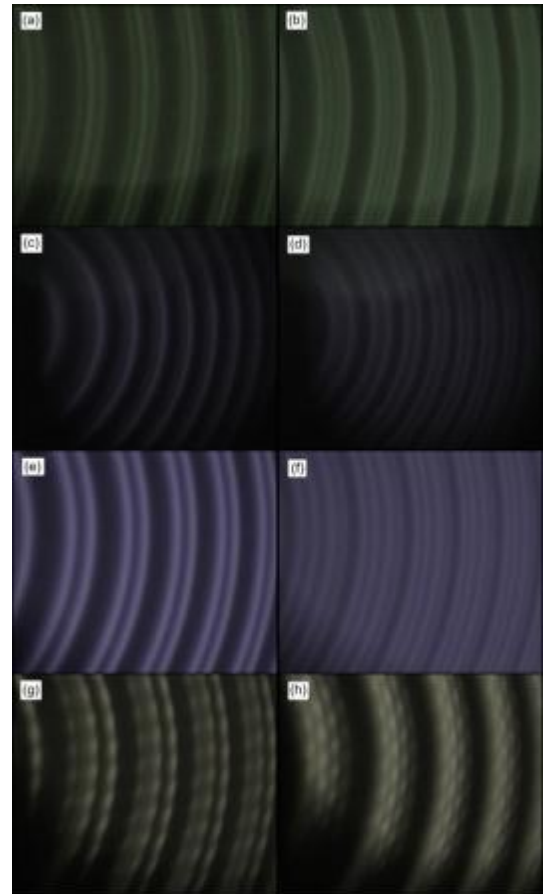


Figura 6: Imágenes tomadas con las polarizaciones  $\pi$  (columna izquierda) y  $\sigma$  (columna derecha) de los desdoblamientos de cada una de las líneas espectrales estudiadas. (a), (b)  $\lambda = 546,2$  nm. (c), (d)  $\lambda = 435,8$  nm. (e),(f)  $\lambda = 404,6$  nm. (g),(h) muestran lo observado en el caso de  $\lambda = 578$  nm, que no pudo ser tratado cuantitativamente.

#### B. Determinación del magnetón de Bohr, $\mu_B$

Si bien se observaron todas las líneas correspondientes a todas las transiciones estudiadas directamente de las imágenes, sólo se trabajó con las que se indican en línea continua en la figura 1. Esto se debió a motivos que se explicarán más adelante.

Del conjunto de imágenes ya filtradas que muestran la evolución de cada transición estudiada, se seleccionaron aquellas que permitieran resolver mejor las líneas. Si bien la cantidad de imágenes elegidas no fue la misma en todos los casos, fueron alrededor de siete imágenes en cada uno. Se trabajó sobre cada una de ellas con el fin de determinar el factor  $\alpha$  mencionado en la *Introducción*, promediando las mediciones correspondientes (ver figura 3) a un total aproximado de ocho juegos de anillos por imagen. Se estimó una incerteza de 2 píxeles en la determinación de la posición de cada anillo, observando el ancho de su pico correspondiente en el perfil de intensidades.

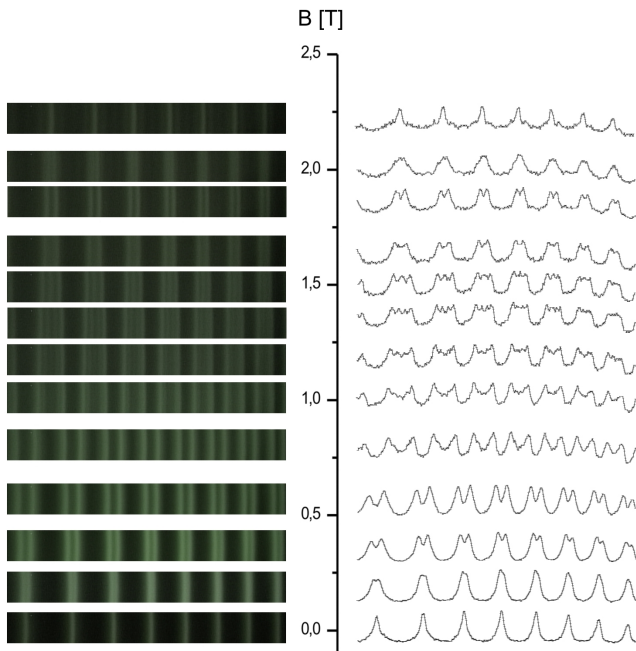


Figura 7: A la izquierda se muestra la evolución, en función del campo magnético  $B$ , de las líneas que surgen al desdoblarse la línea verde de longitud de onda  $\lambda = 546,2$  nm del Hg,  $\sigma$ -polarizadas. A la derecha se presentan sus correspondientes perfiles de intensidad. Por cuestiones que hacen a la presentación de los mismos, se los normalizó a una misma intensidad máxima arbitraria.

Conociendo los distintos valores de  $\alpha$  en función del campo magnético aplicado, se realizó un ajuste lineal de cada desdoblamiento estudiado. Se observó que la recta de ajuste barría, sin exceder, la región definida por los puntos medidos incluyendo sus barras de error, al variar sus

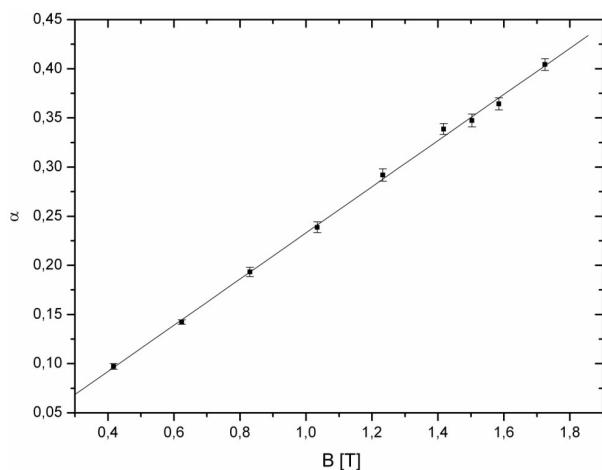


Figura 8: Valores de  $\alpha$  en función del campo magnético  $B$  aplicado. Los que aquí se muestran fueron medidos a partir de la línea que surge del desdoblamiento de la línea verde, cuyo  $\beta$  asociado vale  $-1$ . Se presenta también la recta de mejor ajuste a dichos puntos.

parámetros de ajuste dentro de un desvío estándar. Por esto, se adoptó como incerteza de la pendiente  $b$  el desvío que arroja el método de mínimos cuadrados. La figura 8 muestra un ejemplo de este ajuste en el caso de una de las líneas que aparecen al desdoblarse la línea espectral verde estudiado.

Se está ahora en condiciones de dar cuenta de aquellas transiciones sobre las cuales no se efectuaron mediciones. Las cuatro líneas con polarización  $\sigma$  del azul no fueron trabajadas debido a que no pudieron ser resueltas con el sistema óptico utilizado, excepto en un número muy pequeño de imágenes, correspondientes a los campos más intensos que el electroimán permitía aplicar. Las líneas correspondientes a las cuatro transiciones del verde, de mayor variación de energía en valor absoluto, no pudieron ser tratadas. Esto se debió a que su intensidad sólo permitía medir su posición al superponerse, por lo cual no se contaba con un número de datos suficientes para realizar un ajuste lineal. Por otro lado, si bien resulta evidente, otras líneas no se estudiaron por permanecer fijas ante la variación del campo magnético.

Finalmente, este procesamiento de los datos arrojó siete valores de  $\mu_B$ . Los mismos dieron lugar, tras realizar un promedio pesado, al valor final  $\mu_B = (9,23 \pm 0,09) \times 10^{-24} \frac{J}{T}$ .

El valor de  $\mu_B$  obtenido es consistente, dentro de un desvío estándar, con el valor aceptado de la misma magnitud, a saber  $9,27400899(37) \times 10^{-24} \frac{J}{T}$  [4].

#### IV. CONCLUSIONES

Se observó el efecto Zeeman anómalo en Hg en el caso de las líneas espectrales de longitud de onda 546,2 nm, 435,8 nm y 404,6 nm. Las predicciones teóricas son consistentes con los resultados experimentales, pudiéndose apreciar todas las líneas que se producen al desdoblarse las líneas espectrales mencionadas. A su vez, se comprobó que presentan la polarización esperada  $\sigma$  o  $\pi$ . Al realizar el análisis cuantitativo, las líneas del azul con polarización  $\sigma$  no pudieron ser resueltas a campos magnéticos menores a 1,7244 T. Las líneas correspondientes a las cuatro transiciones del verde, de mayor variación de energía en valor absoluto, no pudieron ser tratadas por presentar baja intensidad en la mayor parte de las imágenes tomadas.

A lo largo de la experiencia surgió la posibilidad de estudiar el efecto Zeeman sobre la línea espectral de longitud de onda  $\lambda = 578$  nm (de color amarillo). Sin embargo, estas líneas no fueron tratadas más allá de la observación cualitativa del desdoblamiento por motivos ya explicados en la sección *Resultados y Discusión*.

En cuanto al análisis cuantitativo, un buen indicio respecto de la efectividad del modelo para describir el sistema etalón de Fabry-Perot - lente se encuentra en el hecho de que fueron realizables los ajustes lineales que predice. Mediante el mismo

se determinó el magnetón de Bohr

$$\mu_B = (9,23 \pm 0,09) \times 10^{-24} \frac{J}{T},$$

que es compatible con el valor aceptado.

Sería interesante explorar la posibilidad de realizar el análisis cuantitativo a partir de imágenes de los anillos que incluyan su centro. De esta forma se podría determinar el magne-

tón de Bohr sin realizar la última aproximación explicada en el Apéndice A, y tal vez conseguir así una mayor precisión en dicha medición.

Además, se logró construir un sistema óptico y otro de adquisición y procesamiento de imágenes. El primero fue capaz de permitir la formación de los patrones de anillos y reducir el ruido al observar los mismos.

- 
- [1] "The Zeeman Effect in Atomic Mercury: Measurement of Atomic g-factors", Department of Physics, Middlebury College, Modern Physics Laboratory <http://community.middlebury.edu/~PHManual/> (2009).
- [2] P. A. Tipler, R. A. Llewellyn, "Modern Physics", 3rd ed., Freeman and Company, Online Companion. <http://www.whfreeman.com/modphysics/> (2008).
- [3] A. C. Melissinos, "Experiments in Modern Physics", Academic Press, New York, p. 283-294, 309-327 (1966).
- [4] D. R. Lide, "Handbook of Chemistry and Physics", 84th ed., CRC Press (2003).
- [5] F. A. Jenkins, H. E. White, "Fundamental of Optics", 3rd ed., McGraw-Hill, New York, p. 491 (2003).
- [6] "Sellmeier Equation", Wikipedia: [http://en.wikipedia.org/wiki/Sellmeier\\_equation](http://en.wikipedia.org/wiki/Sellmeier_equation).
- [7] P. Bourke, Data Formats: <http://local.wasp.uwa.edu.au/~pbourke/dataformats/bmp/> (1998).

## Apéndice A: ETALÓN DE FABRY-PEROT

### 1. Sistema etalón de Fabry-Perot - lente

A continuación se expone el modelo utilizado para describir un sistema formado por un etalón de Fabry-Perot y una lente, respetando la notación utilizada en el resto del informe.

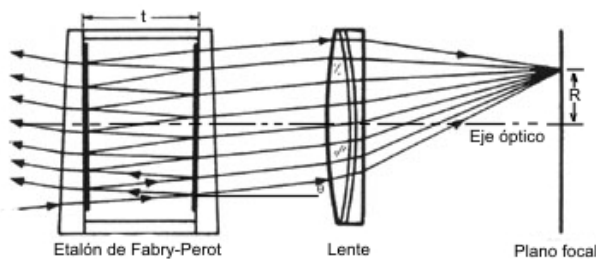


Figura 9: Esquema del sistema etalón de Fabry-Perot - lente.

Si se ilumina un etalón de Fabry-Perot, como se muestra en la figura 9, la ecuación para obtener interferencia constructiva por parte de la luz emergente es:

$$m\lambda = 2nt \cos(\theta) \quad (A1)$$

donde  $m$  (positivo) indica el orden de interferencia constructiva,  $\theta$ , el ángulo al cual sale el haz correspondiente a dicho orden, medido desde la normal a las superficies paralelas del etalón, y  $n$ , el índice de refracción del medio entre ellas [3].

Colocando una lente a continuación se forma un patrón de anillos sobre el plano focal. Se puede conocer el radio  $R_m$  del anillo de orden  $m$  a partir de la distancia focal de la lente,  $f$ :

$$R = f \tan \theta \cong f\theta \quad (A2)$$

De la ecuación A1, teniendo en cuenta la aproximación  $\cos(\theta) = 1 - 2\text{sen}^2(\frac{\theta}{2}) \cong 1 - \frac{\theta^2}{2}$ , se deduce que:

$$\theta_m = \sqrt{\frac{2(m_0 - m)}{m_0}} \quad (A3)$$

donde  $m_0 = \frac{2nt}{\lambda}$ .

No hay un punto brillante en el centro de los anillos, en general. Si  $m_1$  es el orden de interferencia del primer anillo, es claro que  $m_1 \leq m_0$  ya que  $m_1 = m_0 \cos(\theta)$ . Entonces,  $m_1 = m_0 - \epsilon$ , con  $0 \leq \epsilon \leq 1$ , donde  $m_1$  será la parte entera de  $m_0$ . De esta manera, se tiene, en general, que con el  $p$ -ésimo anillo del patrón medido desde el centro hacia afuera:

$$m_p = (m_0 - \epsilon) - (p - 1) \quad (A4)$$

Ahora bien, si hay dos componentes producidas a partir de una misma línea espectral, de longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  muy próximas entre sí, de la ecuación A4 resulta:

$$\epsilon_1 = \frac{2nt}{\lambda_1} - m_1(1) = 2t\nu_1 - m_1(1) \quad (A5)$$

$$\epsilon_2 = \frac{2nt}{\lambda_2} - m_1(2) = 2t\nu_2 - m_1(2) \quad (A6)$$

donde  $m_1(1)$ ,  $m_1(2)$  es el orden del primer anillo del patrón correspondiente a  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , respectivamente. Para el caso de anillos del mismo orden,  $m_1(1) = m_1(2)$ , de donde:

$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2nt} \quad (A7)$$

Combinando las ecuaciones A2 y A3:

$$R_p = \sqrt{\frac{2f^2}{m_0}} \sqrt{(p-1) + \epsilon} \quad (\text{A8})$$

$$\Rightarrow R_{p+1}^2 - R_p^2 = \frac{2f^2}{m_0} \quad (\text{A9})$$

De ambos lados de la implicancia de A9:

$$\frac{R_{p+1}}{\Delta} - p = \epsilon \quad (\text{A10})$$

donde,

$$\Delta = R_{p+1}^2 - R_p^2 \quad (\text{A11})$$

Ahora se puede analizar el caso en que se tiene un anillo de radio  $R$  correspondiente a la longitud de onda  $\lambda$ , y otro anillo inmediato producido a partir de éste (p. ej., en la observación del efecto Zeeman al introducir un campo magnético), con radio y longitud de onda  $R'$  y  $\lambda'$ , respectivamente. Por supuesto, ambos anillos no se observarán en simultáneo. Para cada línea se tendrán los correspondientes  $\Delta$  y  $\Delta'$ , que pueden ser considerados aproximadamente iguales, dado que sólo difieren en el factor  $m_0$  (que depende de la longitud de onda en cuestión) según indica la segunda ecuación de A9. Por lo tanto, de A10 se puede determinar  $\epsilon_1 - \epsilon_2$ , e introduciendo este resultado en A7:

$$\Delta\nu = \frac{R_{p+1}'^2 - R_{p+1}^2}{\Delta} \frac{1}{2nt} \quad (\text{A12})$$

Realizando la siguiente aproximación, válida cuando la separación entre anillos es despreciable frente a los radios de los mismos:

$$\begin{aligned} \frac{R_{p+1}'^2 - R_{p+1}^2}{\Delta} &= \frac{R_{p+1}'^2 - R_{p+1}^2}{R_{p+1}^2 - R_p^2} \\ &= \frac{(R_{p+1}' - R_{p+1})(R_{p+1}' + R_{p+1})}{(R_{p+1} - R_p)(R_{p+1} + R_p)} \\ &\cong \frac{R_{p+1}' - R_{p+1}}{R_{p+1} - R_p} \end{aligned} \quad (\text{A13})$$

Finalmente, llamando  $\alpha$  al valor absoluto del último miembro de A13, se obtiene la ecuación mencionada en la *Introducción* de este informe:

$$|\Delta\nu| = \frac{\alpha}{2nt} \quad (\text{A14})$$

#### Apéndice B: MEDICIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE LA PLACA HOLOGRÁFICA EMPLEADA

Como se mencionó en la Introducción, para la determinación del magnetón de Bohr utilizando un etalón de Fabry-Perot en cuyo interior se encuentra un medio de índice de refracción distinto al del aire (como fue el caso en este trabajo), es necesario determinar dicho índice. A tal fin, se

tomó una placa holográfica del mismo material, dimensiones similares y la misma forma que aquella empleada en la construcción del etalón de Fabry-Perot y se la montó sobre un goniómetro. Se dispuso entonces un láser de manera que incidiese sobre la placa en un punto sobre el eje de rotación del goniómetro, luego de atravesar un polarizador que dejara pasar solamente su componente polarizada horizontalmente. Se comenzó entonces a rotar la placa con el goniómetro, buscando aquella posición angular en la cual la intensidad de la luz reflejada por la placa fuese mínima (ángulo de Brewster [5]). Este proceso se realizó cinco veces con el láser de color verde y longitud de onda  $(531,9 \pm 0,2)$  nm y la misma cantidad de veces con un láser rojo de longitud de onda  $(660 \pm 30)$  nm.

Como puede verse en [5], si  $\theta_B$  es el ángulo de Brewster y  $n$ , el índice de refracción de la placa, vale que  $n = \tan(\theta_B)$ . Aplicando esta ecuación al promedio de los ángulos de Brewster de cada láser, se obtuvo el índice de refracción  $1,518 \pm 0,002$  con el láser verde y  $1,509 \pm 0,002$  con el rojo.

Para estimar los valores de  $n$  de la placa correspondientes a otras longitudes de onda, se empleó una ecuación similar a la ecuación de Sellmeier [6]. Dado que se contaba con sólo dos valores medidos de  $n$ , se optó por utilizar una ecuación de la forma

$$n^2 = 1 + \frac{b\lambda^2}{\lambda^2 - c} \quad (\text{B1})$$

y determinar con dichas mediciones los valores de las constantes  $b$  y  $c$ . Las incertezas en  $b$  y  $c$  se determinaron recalculando estos coeficientes con los valores extremos de las barras de error de los valores medidos con el rojo y el verde (usando un desvío estándar) y considerando la mayor de las diferencias entre estos valores y el valor obtenido en un principio. Para estimar luego el índice de refracción de la placa ante luz de longitudes de onda distintas a las utilizadas para medir  $n$ , se empleó la ecuación B1 y se obtuvo el error correspondiente a partir de las incertezas en  $b$  y  $c$ .

#### Apéndice C: CALIBRACIÓN DEL ELECTROIMÁN

Para realizar la calibración del electroimán, se comenzó por buscar con un gaussímetro de punta Hall la región entre las piezas polares del mismo en la cual el campo magnético fuese máximo con una dada corriente circulando por sus bobinas. A continuación, se dejó fija la punta Hall del instrumento en dicha posición y se comenzó a medir el campo magnético en función de la corriente configurada en el programa de comando de las fuentes de corriente, que es aproximadamente la mitad de la corriente real entregada a las bobinas. Sin embargo, fue la primera la que se utilizó como parámetro, verificando siempre que a una misma corriente configurada la corriente medida fuese la misma. Las mediciones recién mencionadas se realizaron de la siguiente manera: en primer lugar se midió aumentando la corriente desde 0 A hasta 19,5 A; a continuación se midió disminuyendo la corriente



configurada desde este valor final hasta 0 A; por último se volvió a medir aumentando la corriente desde 0 A hasta 19,5 A. En todos los casos se utilizó un paso de 0,5 A al variar la corriente configurada.

Como resultado de la calibración del electroimán se obtuvieron los valores que se representan en la figura 10. Dado que el error de apreciación al medir el campo magnético fue muy pequeño (del orden de  $10^{-4}$  T), resultó evidente que para realizar una estimación de la incerteza en su valor debía tenerse en cuenta el fenómeno de histéresis. Considerando esto se llegó a un error del orden de  $10^{-2}$  T en el campo magnético. Al multiplicar este valor por la pendiente de cada recta de ajuste a los valores de  $\alpha$  (que resultaron del orden de  $10^{-1} T^{-1}$ ), con el fin de llevar este error en la determinación del campo magnético a unidades de este factor, resultó un error del orden de  $10^{-3}$ , comparable al error en  $\alpha$ . Sin embargo, considerando que en todo el experimento se midió siempre aumentando el campo magnético dentro de cada serie de mediciones, el error en el valor de este campo puede despreciarse frente al error en  $\alpha$ , lo que justifica los ajustes lineales realizados.

No se realizó una interpolación entre los puntos medidos en la gráfica de la figura 10 dado que los valores de corriente configurados siempre coincidieron con alguno de los valores de corriente que fueron medidos durante la calibración.

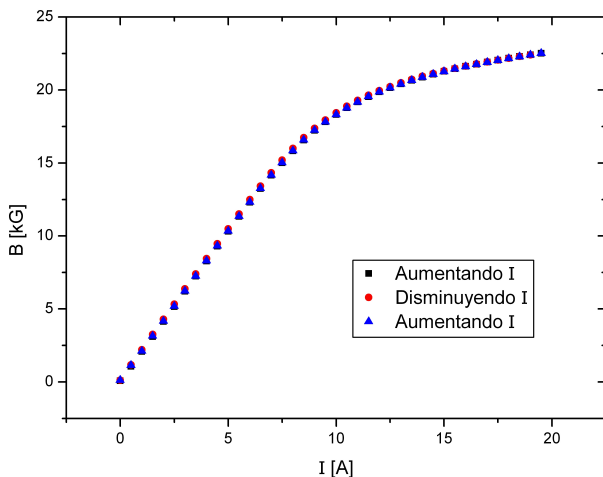


Figura 10: Valores de campo magnético en función de la corriente configurada en el programa de control de las fuentes. Es importante notar que este valor de corriente no es la corriente real aplicada a las bobinas del electroimán, sino aproximadamente la mitad de ese valor.

## Apéndice D: SOFTWARE UTILIZADO

### 1. Programa de control de las fuentes

Para el comando de las fuentes de corriente utilizadas para alimentar el electroimán, a través de una interfaz de tipo IEEE 488.2, se empleó el programa cuyo código en el lenguaje Basic se incluye a continuación.

*Importante: Es importante tener presente que las fuentes de corriente utilizadas (KEPCO Bipolar Operational Power Supply/Amplifier) se comunican a través de la dirección (address) 1 y este valor no puede cambiarse.*

```
Private Function ReadV(Volt%) As Double
    'Convierte a valor numerico
    ReadV = Val(Left$(pp$, 11))
End Function

Private Sub cmdEnviar_Click()
    pp$ = Text1.Text
    ret% = IeOutput(701, 0, pp$, Len(pp$))
End Sub

Private Sub cmdMeas_Click()
    pp$ = "MEAS:CURR?"
    cnt% = 60
    ret% = IeOutput(701, 0, pp$, Len(pp$))
    ret% = IeEnter(701, 0, pp$, cnt%)
    If ret% <> 0 Then ret% = MsgBox("Error GPIB " & Format(ret%)): End
    Labell.Caption = Val(pp$)
End Sub

Private Sub cmdMedir_Click()
    'Genera buffer
    pp$ = Space$(60)
    'Maximo numero de c\bytes a leer
    cnt% = 60
    'Lectura
    ret% = IeEnter(701, 0, pp$, cnt%)
    If ret% <> 0 Then ret% = MsgBox("Error GPIB " & Format(ret%)): End
    'Convierte a valor numerico y presenta en el label
    Labell.Caption = pp$
End Sub

Private Sub Form_Load()
    'Inicializa la placa IEEE
    ret% = IeInit(0, 0, 0, 0)
End Sub
```

### 2. Programa de procesamiento de imágenes

Se presenta a continuación el código del programa empleado para el filtrado temporal de las imágenes adquiridas durante el experimento. El programa está escrito en el lenguaje C y diseñado para trabajar sobre imágenes en formato .bmp sin compresión. El esqueleto de este programa se basa en el código parse.c escrito por Paul Bourke [7]. Básicamente, el programa carga los archivos en formato .bmp en matrices (en este caso matrices de  $640 \times 480 \times 4$ , ya que las imágenes adquiridas se guardaron en un formato de 32 bits por píxel) que luego promedia. Con la matriz promedio resultante genera un nuevo archivo en formato .bmp; es este el archivo de la imagen final, ya procesada. Se presentan en el código del programa varias líneas comentadas. Estas líneas fueron útiles durante las pruebas iniciales del programa y, si bien pudieron eliminarse por claridad, se eligió dejarlas con el fin de presentar el programa tal y cómo fue utilizado.

*Nota: En el código se empleó el comando pragma pack, dado que el compilador utilizado (MS VS2008 VC++) realizaba el empaquetamiento de estructuras en un tamaño inadecuado, lo que traía problemas en la lectura de los archivos en formato .bmp. La necesidad de su utilización dependerá del compilador empleado.*

```
#include "stdafx.h"
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <malloc.h>

#define TRUE 1
#define FALSE 0
#define CANALES 4

#pragma pack(2)

typedef struct {
    unsigned short int type;      /* Magic identifier */
    unsigned int size;           /* File size in bytes */
    unsigned short int reserved1, reserved2;
    unsigned int offset;        /* Offset to image data, bytes */
} HEADER;

#pragma pack()
typedef struct {
    unsigned int size;           /* Header size in bytes */
    int width,height;           /* Width and height of image */
    unsigned short int planes;   /* Number of colour planes */
    unsigned short int bits;    /* Bits per pixel */
    unsigned int compression;   /* Compression type */
    unsigned int imagesize;     /* Image size in bytes */
    int xresolution,yresolution; /* Pixels per meter */
    unsigned int ncolours;      /* Number of colours */
    unsigned int importantcolours; /* Important colours */
} INFOHEADER;

typedef struct {
    unsigned char r,g,b,junk;
} COLOURINDEX;

double ***DoubleCallocMat3(int nFilas, int nColumnas, int nProfundidad);
unsigned char ***UInt8CallocMat3(int nFilas, int nColumnas, int nProfundidad);
void DoubleLiberaMat(double ***Mat,int i);
void UInt8LiberaMat(unsigned char ***Mat,int i);
void UInt8LiberaMat3(unsigned char ***Mat,int i, int j);

int main(int argc, char* argv[])
{
    int i,j,count,nfile;
    int gotindex = FALSE;
    unsigned char grey,r,g,b,alpha,ired,igreen,ibblue,ialpha;
    double ***MatFinal,rred,rgreen,rblue,ralpha;
    char filename[12];
    HEADER header;
    INFOHEADER infoheader;
    COLOURINDEX colourindex[256];
    FILE *fptr,*fout,*foutr;

    argc=5;
    // argv[1]="1A.bmp";
    // argv[2]="1A.txt";
    // argv[3]="001.bmp";
    // argv[4]="50";
    /*argv[4]="002.bmp";
    argv[5]="003.bmp";
    argv[6]="004.bmp";
    argv[7]="005.bmp";
    argv[8]="006.bmp";
    argv[9]="007.bmp";
    argv[10]="008.bmp";
    argv[11]="009.bmp";
    argv[12]="010.bmp";
    argv[13]="011.bmp";
    argv[14]="012.bmp";
    argv[15]="013.bmp";
    argv[16]="014.bmp";
    argv[17]="015.bmp";
    argv[18]="016.bmp";
    argv[19]="017.bmp";
    argv[20]="018.bmp";
    argv[21]="019.bmp";
    argv[22]="020.bmp";
    argv[23]="021.bmp";
    argv[24]="022.bmp";
    argv[25]="023.bmp";
    argv[26]="024.bmp";
    argv[27]="025.bmp";
    argv[28]="026.bmp";
    argv[29]="027.bmp";
    argv[30]="028.bmp";
    argv[31]="029.bmp";
    argv[32]="030.bmp";
    argv[33]="031.bmp";
    argv[34]="032.bmp";
    argv[35]="033.bmp";
    argv[36]="034.bmp";
    argv[37]="035.bmp";
    argv[38]="036.bmp";
    argv[39]="037.bmp";
    argv[40]="038.bmp";
    argv[41]="039.bmp";
    argv[42]="040.bmp";
    argv[43]="041.bmp";
    argv[44]="042.bmp";
    argv[45]="043.bmp";
    argv[46]="044.bmp";
    argv[47]="045.bmp";
    argv[48]="046.bmp";
    argv[49]="047.bmp";
    argv[50]="048.bmp";
    argv[51]="049.bmp";
    argv[52]="050.bmp";*/

    if((fptr=fopen(argv[3],"rb")) == NULL)
    {
        perror("Error al allocar puntero a archivo");
        return -1;
    }

    if((foutr=fopen(argv[2],"a+b")) == NULL)
    {
        perror("Error al allocar puntero a archivo");
        return -1;
    }

    if((fout=fopen(argv[1],"a+b")) == NULL)
    {
        perror("Error al allocar puntero a archivo");
        return -1;
    }

    filename[0]='0';
    filename[1]='0';
    filename[2]='0';
    filename[3]='.';
    filename[4]='b';
    filename[5]='m';
    filename[6]='p';

    //printf("Ingrese el numero de archivos a leer\n");
    //scanf("%d",&nfile);
    nfile=atoi(argv[4]);

    fread(&header,sizeof(HEADER),1,fptr);
    fprintf(stderr,"ID is: %d, should be %d\n",header.type,'M'*256+'B');
    fprintf(stderr,"File size is %d bytes\n",header.size);
    fprintf(stderr,"Offset to image data is %d bytes\n",header.offset);
    fwrite(&header,sizeof(HEADER),1,fout);

    if (fread(&infoheader,sizeof(INFOHEADER),1,fptr) != 1) {
        fprintf(stderr,"Failed to read BMP info header\n");
        exit(-1);
    }
    fprintf(stderr,"Image size = %d x %d\n",infoheader.width,infoheader.height);
    fprintf(stderr,"Number of colour planes is %d\n",infoheader.planes);
    fprintf(stderr,"Bits per pixel is %d\n",infoheader.bits);
    fprintf(stderr,"Compression type is %d\n",infoheader.compression);
    fprintf(stderr,"Number of colours is %d\n",infoheader.ncolours);
    fprintf(stderr,"Number of required colours is %d\n",infoheader.importantcolours);
    fwrite(&infoheader,sizeof(INFOHEADER),1,fout);
    fprintf(fout,"%d\t%d\t%d\t",infoheader.height,infoheader.width,infoheader.bits);

    /* Read the lookup table if there is one */
    for (i=0;i<255;i++) {
        colourindex[i].r = rand() % 256;
        colourindex[i].g = rand() % 256;
        colourindex[i].b = rand() % 256;
        colourindex[i].junk = rand() % 256;
    }
    if (infoheader.ncolours > 0) {
        for (i=0;i<infoheader.ncolours;i++) {
            if (fread(&colourindex[i].b,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
                fprintf(stderr,"Image read failed\n");
                exit(-1);
            }
            if (fread(&colourindex[i].g,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
                fprintf(stderr,"Image read failed\n");
                exit(-1);
            }
            if (fread(&colourindex[i].r,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
                fprintf(stderr,"Image read failed\n");
                exit(-1);
            }
            if (fread(&colourindex[i].junk,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
                fprintf(stderr,"Image read failed\n");
                exit(-1);
            }
            fprintf(stderr,"%3d\t%3d\t%3d\t%3d\n",i,
                colourindex[i].r,colourindex[i].g,colourindex[i].b);
        }
        gotindex = TRUE;
    }

    MatFinal = DoubleCallocMat3(infoheader.height,infoheader.width,CANALES);

    fclose(fpfr);
    for (count=1;count<nfile+1;count++)
    {
        /*if(count<10)
        filename[2]=48+count;
        else
        {
            for(j=0;count-10*j>0;j++);
            filename[1]=48+(j-1);
            filename[2]=48+(count-10*(j-1));
        }*/
        sprintf(filename,"%3d.bmp",count);
        if((fpfr=fopen(filename,"rb")) == NULL)
        {
            perror("Error al allocar puntero a archivo");
            return -1;
        }
    }
}
```

```

}

/* Seek to the start of the image data */
fseek(fptr,header.offset,SEEK_SET);
printf("Procesando imagen %s\n",filename);

/* Read the image */
for (j=0;j<infoheader.height;j++) {
for (i=0;i<infoheader.width;i++) {

switch (infoheader.bits) {
case 1:
break;
case 4:
break;
case 8:
if (fread(&grey,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
fprintf(stderr,"Image read failed\n");
exit(-1);
}
if (gotindex) {
putchar(colourindex[grey].r);
putchar(colourindex[grey].g);
putchar(colourindex[grey].b);
} else {
putchar(grey);
}
break;
case 24:
if (fread(&b,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
fprintf(stderr,"Image read failed\n");
exit(-1);
}
if (fread(&g,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
fprintf(stderr,"Image read failed\n");
exit(-1);
}
if (fread(&r,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
fprintf(stderr,"Image read failed\n");
exit(-1);
}
putchar(r);
putchar(g);
putchar(b);
break;
case 32:
if (fread(&b,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
fprintf(stderr,"Image read failed\n");
exit(-1);
}
if (fread(&g,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
fprintf(stderr,"Image read failed\n");
exit(-1);
}
if (fread(&r,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
fprintf(stderr,"Image read failed\n");
exit(-1);
}
if (fread(&alpha,sizeof(unsigned char),1,fptr) != 1) {
fprintf(stderr,"Image read failed\n");
exit(-1);
}
MatFinal[j][i][0] += b;
MatFinal[j][i][1] += g;
MatFinal[j][i][2] += r;
MatFinal[j][i][3] += alpha;
//fwrite(&r,sizeof(unsigned char),1,fout);
//fwrite(&g,sizeof(unsigned char),1,fout);
//fwrite(&b,sizeof(unsigned char),1,fout);
//fwrite(&alpha,sizeof(unsigned char),1,fout);
} /* i */
} /* j */
fclose(fptr);
}

printf("Promediando...\n");
for (j=0;j<infoheader.height;j++) {
for (i=0;i<infoheader.width;i++) {
rblue=MatFinal[j][i][0]/count;
rgreen=MatFinal[j][i][1]/count;
rred=MatFinal[j][i][2]/count;
ralpha=MatFinal[j][i][3]/count;

fprintf(foutr,"%lf\t%lf\t%lf\t%lf\t",rblue,rgreen,rred,ralpha);

ibblue=(unsigned char)rblue;
igreen=(unsigned char)rgreen;
ired=(unsigned char)rred;
ialpha=(unsigned char)ralpha;

fwrite(&ibblue,sizeof(unsigned char),1,fout);
fwrite(&igreen,sizeof(unsigned char),1,fout);
fwrite(&ired,sizeof(unsigned char),1,fout);
fwrite(&ialpha,sizeof(unsigned char),1,fout);
}
}

fclose(fout);
fclose(foutr);
DoubleLiberaMat3(MatFinal,infoheader.height,infoheader.width);

```

```

return 0;
}

double ***DoubleCallocMat3(int nFilas, int nColumnas, int nProfundidad)
{
double ***Mat;
int i,j;

if((Mat = (double***) malloc(nFilas * sizeof(double **)) == NULL)
return NULL;

for(i=0; i<nFilas; i++)
if((Mat[i] = (double **) malloc(nColumnas * sizeof(double*)) == NULL) {
DoubleLiberaMat(Mat,i);
return NULL;
}
}
for (i=0; i<nFilas; i++)
{
for (j=0; j<nColumnas; j++)
{
if((Mat[i][j] = (double *)calloc(1,nProfundidad * sizeof(double))) == NULL) {
DoubleLiberaMat3 (Mat,i,j);
return NULL;
}
}
}
return Mat;
}

unsigned char ***UInt8CallocMat3(int nFilas, int nColumnas, int nProfundidad)
{
unsigned char ***Mat;
int i,j;

if((Mat = (unsigned char***) malloc(nFilas * sizeof(unsigned char **))
== NULL)
return NULL;

for(i=0; i<nFilas; i++)
if((Mat[i] =
(unsigned char **) malloc(nColumnas * sizeof(unsigned char*)) == NULL)
{
UInt8LiberaMat(Mat,i);
return NULL;
}
}
for (i=0; i<nFilas; i++)
{
for (j=0; j<nColumnas; j++)
{
if((Mat[i][j]
= (unsigned char *)calloc(1,nProfundidad * sizeof(unsigned char))) == NULL)
{
UInt8LiberaMat3 (Mat,i,j);
return NULL;
}
}
}
return Mat;
}

void DoubleLiberaMat(double ***Mat,int i)
{
int k;
for (k=0;k<i;k++)
free(Mat[k]);
free(Mat);
}

void DoubleLiberaMat3(double ***Mat,int i, int j)
{
int k,l;
for (k=0;k<i;k++)
{
for (l=0;l<j;l++)
free(Mat[k][l]);
free(Mat[k]);
}
free(Mat);
}

void UInt8LiberaMat(unsigned char ***Mat,int i)
{
int k;
for (k=0;k<i;k++)
free(Mat[k]);
free(Mat);
}

void UInt8LiberaMat3(unsigned char ***Mat,int i, int j)
{
int k,l;
for (k=0;k<i;k++)
{
for (l=0;l<j;l++)
free(Mat[k][l]);
free(Mat[k]);
}
free(Mat);
}

```