Lista de exercícios 7

Começando com a equação mestra

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho_{IS}(t) &= \frac{1}{i\hbar}\left[H_L(t), \rho_{IS}(t)\right] - \Gamma_0 \left\{|1\rangle\langle 1|, \rho_{IS}(t)\right\} \\ &\quad +2\Gamma_0 |0\rangle\langle 1| \rho_{IS}(t) |1\rangle\langle 0|. \end{aligned}$$

com $T = 0$, como explicado aula 17 (no final da página 6), considere

$$\rho_{IS}(t) = \rho_{00}(t)|0\rangle\langle 0| + \rho_{01}(t)|0\rangle\langle 1| + \rho_{10}(t)|1\rangle\langle 0| + \rho_{11}(t)|1\rangle\langle 1|.$$

Defina o "detuning" ou, como tem sido traduzido no Brasil, a dessintonia como

$$\Delta \equiv \omega_L - \omega_{at}.$$

Primeira Questão

Escreva as equações de movimento para $\rho_{00}(t)$, $\rho_{01}(t)$, $\rho_{10}(t)$ e $\rho_{11}(t)$.

Segunda Questão

Mostre explicitamente que a soma das populações é conservada pelas equações de movimento.

Terceira Questão

No caso em que o laser não está presente, isto é, quando

$$\Omega_L = 0,$$

resolva as equações de movimento quando é dado um estado inicial puro, mas arbitrário, como

$$|\psi(0)\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle,$$

com

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$

Quarta Questão

Supondo $\Omega_L \neq 0$, mostre, determinando o vetor com componentes reais, $\mathbf{r}(t)$, que

$$\rho_{IS}(t) = \frac{1}{2}\mathbb{I} + \frac{1}{2}\mathbf{r}(t)\cdot\boldsymbol{\sigma},$$

onde

$$\mathbb{I} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e

$$\boldsymbol{\sigma} \equiv \hat{\mathbf{x}}\sigma_x + \hat{\mathbf{y}}\sigma_y + \hat{\mathbf{z}}\sigma_z,$$

sendo σ_x, σ_y e σ_z as usuais matrizes de Pauli. O vetor $\mathbf{r}(t)$ é chamado vetor de Bloch.

Quinta Questão

Escreva as equações de movimento para $\mathbf{r}(t)$, que são chamadas de equações de Bloch.

Dica:

$$\mathrm{Tr}(\sigma_k \sigma_m) = 2\delta_{km}.$$