

Sistemas Quânticos Abertos - Lista de exercícios 3

Primeira questão

Demonstre que, sendo A , B e C três operadores, então

$$[A, BC] = B[A, C] + [A, B]C.$$

Segunda questão

Considere

$$[b, b^\dagger] = 1$$

e demonstre, usando indução matemática, que

$$[b, (b^\dagger)^n] = n (b^\dagger)^{n-1}.$$

Terceira questão

Considere

$$[b, b^\dagger] = 1$$

e demonstre que

$$[b, \exp [b^\dagger f(t)]] = f(t) \exp [b^\dagger f(t)],$$

onde $f(t)$ é uma função do tempo t bem comportada.

Quarta questão

Calcule

$$B \equiv \exp [\lambda b - \lambda^* b^\dagger] b \exp [-\lambda b + \lambda^* b^\dagger],$$

onde

$$[b, b^\dagger] = 1$$

e $\lambda \in \mathbb{C}$.

Quinta questão

Demonstre que

$$\exp(i\omega_k a_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger a_{\mathbf{k},\lambda} t) a_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger \exp(-i\omega_k a_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger a_{\mathbf{k},\lambda} t) = \exp(i\omega_k t) a_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger.$$