Projeto 2

Fórmula de Trotter

Considere o caso em que temos um qubit evoluindo com uma hamiltoniana dependente do tempo dada por

$$H(t) = \hbar\omega_0\sigma_x + \hbar\omega(t)\sigma_z,$$

com

$$\omega(t) = \omega_1 \mathrm{sen}(\omega_2 t).$$

Para simplificar, tome

$$\hbar = 1,$$

$$\omega_0 = 1,$$

$$\omega_2 = \sqrt{2}$$

e tome o intervalo de tempo tal que a evolução vai desde $t = 0$ até $t = \tau = 1$. Considere os casos em que

$$\omega_1 = 0,$$

$$\omega_1 = 0.5,$$

$$\omega_1 = 1,$$

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{2}}{3},$$

$$\omega_1 = \sqrt{2}$$

e

$$\omega_1 = 2.$$

Resolva o problema diretamente integrando a equação de Schrödinger para obter o operador evolução que sai da identidade em $t = 0$ e chega ao seu valor final em $t = \tau$, como resultado da evolução segundo a dinâmica de Schrödinger.

Agora pense em quebrar o problema em passos no tempo e use uma aproximação em que fazemos, para cada intervalo h de tempo, a aproximação:

$$\exp[(A+B)h] \approx \exp\left(\frac{1}{2}Ah\right)\exp(Bh)\exp\left(\frac{1}{2}Ah\right).$$

Note que essa aproximação é válida até segunda ordem no passo h. Compare as duas formas de calcular o propagador no tempo τ final. É possível obter, para cada caso de ω_1, as respostas coincidindo até a terceira casa decimal usando cada um dos métodos acima?