Partindo da definição

$$\mathbf{A}_{DMQE}(\mathbf{r}) = -ik\frac{\exp(ikr)}{rc}\int_V d^3r'\left(\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{r}'\right)\mathbf{J}_c(\mathbf{r}'),$$

como explicado em aula, faça os exercícios seguintes.

**Exercício 1 (Valor: 10)**

Mostre que os campos de radiação para uma distribuição dipolar magnética, harmonicamente oscilante, são dados por

$$\mathbf{B}_{DM}^{\text{rad}}(\mathbf{r}) = -\frac{k^2}{r}\exp(ikr)\,\hat{\mathbf{r}}\times\left(\hat{\mathbf{r}}\times\mathbf{m}_c\right)$$

e

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{DM}(\mathbf{r}) &= -\frac{k^2}{r}\exp(ikr)\left(\hat{\mathbf{r}}\times\mathbf{m}_c\right)\\ &= \mathbf{B}_{DM}^{\text{rad}}(\mathbf{r})\times\hat{\mathbf{r}},\end{aligned}$$

onde definimos

$$\mathbf{m}_c = \frac{1}{2c}\int_V d^3r'\mathbf{r}'\times\mathbf{J}_c(\mathbf{r}').$$

**Exercício 2 (Valor: 10)**

Mostre que os campos de radiação para uma distribuição quadrupolar elétrica, harmonicamente oscilante, são dados por

$$\mathbf{B}_{QE}^{\text{rad}}(\mathbf{r}) = -i\frac{k^3}{6r}\exp(ikr)\left(\hat{\mathbf{r}}\times\overleftrightarrow{Q}\cdot\hat{\mathbf{r}}\right)$$

e

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{QE}^{\text{rad}}(\mathbf{r}) &= i\frac{k^3}{6r}\exp(ikr)\,\hat{\mathbf{r}}\times\left(\hat{\mathbf{r}}\times\overleftrightarrow{Q}\cdot\hat{\mathbf{r}}\right)\\ &= -i\frac{k^3}{6r}\exp(ikr)\left(\hat{\mathbf{r}}\times\overleftrightarrow{Q}\cdot\hat{\mathbf{r}}\right)\times\hat{\mathbf{r}}\\ &= \mathbf{B}_{QE}^{\text{rad}}(\mathbf{r})\times\hat{\mathbf{r}},\end{aligned}$$

onde definimos

$$\overleftrightarrow{Q} = \hat{\mathbf{x}}_m Q_{mn}\hat{\mathbf{x}}_n,$$

na convenção de Einstein para somas, com

$$Q_{mn} = \int_V d^3r'\left[3x'_m x'_n - \delta_{mn}\left(r'\right)^2\right]\rho_c(\mathbf{r}').$$