

Efeito Zeeman

O efeito Zeeman consiste no deslocamento das linhas espectrais de um sistema (átomos, moléculas, defeito, impurezas em cristais, etc.) em vários componentes pela ação de um campo magnético. Esse efeito, descoberto pelo físico holandês Pieter Zeeman, em 1896, é utilizado principalmente na determinação da multiplicidade dos termos espectrais (números quânticos dos níveis de energia)⁽¹⁻⁵⁾. Além disso, o desdobramento dos níveis de energia pela ação de um campo magnético constitui a base das técnicas de ressonância magnética.

Podemos distinguir dois efeitos:

1. O efeito Zeeman normal, mostrado por átomos sem spin ($S = 0$), onde cada linha espectral é desdobrada em 3 componentes se o espectro for observado perpendicular à direção do campo magnético (fig. 1a) ou em 2 componentes se ele for observado paralelamente ao campo. Estas componentes são polarizadas, e mesmo assim que a linha original não seja polarizada. Este efeito pode ser explicado com base em um modelo semi-clássico introduzindo a quantização do momento angular.
2. O efeito Zeeman anômalo, mostrado por átomos com um spin efetivo ($S \neq 0$), onde a estrutura de linhas resultantes é mais complicada que já cada linha pode desdobrar-se em muitos componentes (fig. 1b). Este efeito somente pode ser explicado utilizando o formalismo da mecânica quântica levando em conta o spin do elétron.

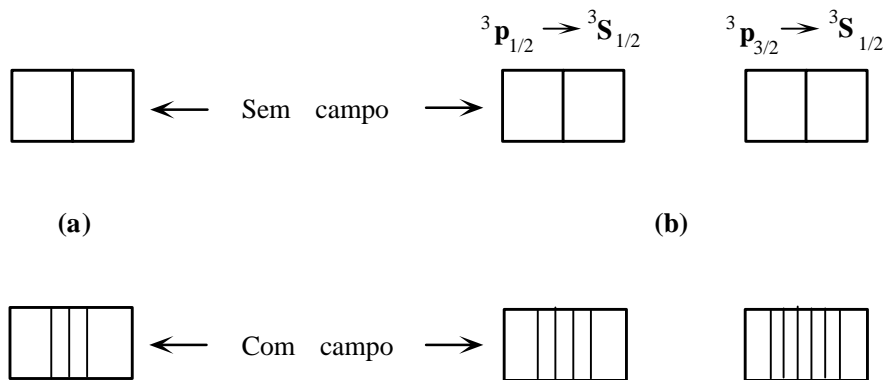


Figura 1: (a) efeito Zeeman normal num átomo com um par de elétrons opticamente ativos ($S = 0$). Observação do espectro perpendicular a direção do campo magnético. (b) efeito Zeeman anômalo resultante das transições entre os estados excitados (${}^2P_{3/2}$, ${}^2P_{1/2}$) e o estado fundamental (${}^2S_{1/2}$) no átomo de sódio.

Notação espectroscópica

Os níveis de energia atômicas são indicados por um termo que consta de:

- a- uma letra representando o valor do momento angular total L . Assim: $S, P, D, F, G \dots$ indicam $L: 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ respectivamente.
- b- Um número no canto superior esquerdo representando o valor de $(2S + 1)$.

- c- Um número no canto inferior direito representando o valor do momento angular total J . Assim, o termo $^2S_{1/2}$ indica um nível com $L = 0, S = 1/2, J = 1/2$.

I. Teoria semi-clássica para o efeito Zeeman normal

No efeito Zeeman normal, mostrado pelos átomos de spin nulo ($S = 0$), a única fonte de momento magnético é o momento angular orbital do elétron. O campo magnético aplicado interage com L desdobrando o estado de energia em $(2l + 1)$ níveis, igualmente espaçados. Este resultado pode ser explicado com um modelo semi-clássico que considera um elétron atômico de massa m_0 e carga $-e$ movendo-se em uma órbita circular com velocidade v ^(3,4). Uma carga que circula numa órbita origina uma corrente de intensidade.

$$i = \frac{q}{T} = \frac{-ev}{2\pi r} \quad (1)$$

onde r é o raio da órbita. Esta corrente produz, a grandes distâncias, um campo magnético equivalente ao campo produzido por um dipolo localizado no seu centro. Se A é a área da órbita, o módulo do momento magnético é:

$$\mathbf{m} = \frac{i}{c} A = -\frac{evr}{2c} = -\frac{e}{2m_0c} L \quad (2)$$

onde L é o momento angular orbital ($L = m v r$).

Quando este momento dipolar magnético está sob a ação de um campo magnético aplicado \vec{B} , ele fica sob o efeito de um torque magnético dado por $\vec{m} \times \vec{B}$, que tenderá a alinhar o momento de dipolo com o campo, fazendo-o executar um movimento de precessão. Então, um momento magnético μ colocado em um campo homogêneo tem uma energia suplementar associada (energia potencial de orientação):

$$\Delta E = -\vec{m} \cdot \vec{B} = \frac{e}{2m_0c} L B \quad (3)$$

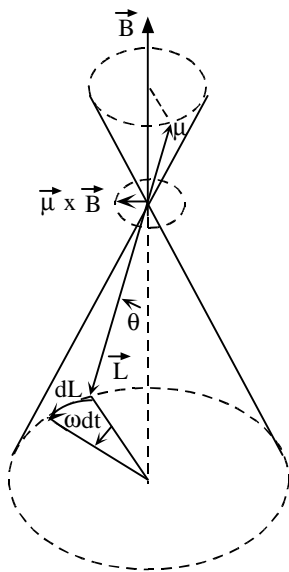


Figura 2: Um torque $\vec{m} \times \vec{B} = (\mathbf{m}_B / \hbar) \vec{L} \times \vec{B}$ aparece quando o momento de dipolo magnético de um átomo interage com o campo aplicado. Esse torque dá origem a uma variação $d\vec{L}$ do momento angular durante o tempo dt , fazendo com que \vec{L} precessione um ângulo ωdt , onde ω é a velocidade angular de precessão. Vemos do diagrama que $dL = L \sin \theta \omega dt$, e como $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{L}$. Logo, $\vec{\omega} = \mathbf{m}_B B / \hbar$.

Mas o ângulo entre \vec{L} e \vec{B} não pode tomar qualquer valor. Se escolhermos o campo magnético na direção \hat{z} , estes valores estarão quantizados de forma que a projeção de \vec{L} sobre o eixo \hat{z} pode tomar somente os valores discretos quantizados definido por

$$m = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l+1, l \quad (4)$$

Então a energia de um estado particular caracterizado pelo número quânticos m , na presença de um campo magnético é

$$\Delta E = -\vec{m}_B m B \quad (5)$$

onde $\vec{m} = \frac{m_B}{\hbar} \vec{L}$, \vec{m}_B é chamado de magneton de Bohr:

$$\vec{m}_B = \frac{e}{2m_0} = 9,2741 \times 10^{-24} J/T = 5,7884 \times 10^{-9} eV/G$$

Assim o campo magnético aplicado desdobrará os níveis de energia em $(2l + 1)$ componentes, separados por uma energia $(\mu_B \cdot B)$. Para um campo de $3T$ esta separação é da ordem de $1,4 \text{ cm}^{-1}$.

O mesmo resultado da equação (5) pode ser obtido utilizando o formalismo da mecânica ondulatória⁽¹⁾. Para isso consideramos o movimento de um elétron, de massa m_e , no campo central do núcleo. Na presença de um campo magnético externo B , o seu hamiltoniano é:

$$H = \frac{1}{2m_e} \left(\vec{P} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 - eV \quad (6)$$

onde o potencial eV é função da distância ao núcleo e $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$; sendo \vec{A} o vetor potencial magnético. Supondo $\text{div} \vec{A} = 0$, o correspondente operador Hamiltoniano será:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta + \frac{\hbar e}{m_e i c} (\vec{A} \cdot \text{grad}) - eV \quad (7)$$

Escolhendo a direção do campo magnético na direção \hat{z} , com as componente do vetor potencial: $A_x = -\frac{1}{2} B_y, A_y = \frac{1}{2} B_x, A_z = 0$, e lembrando que em coordenadas polares: $(\vec{A} \cdot \text{grad}) = \frac{1}{2} H \frac{d}{dj}$, a equação de Schrödinger $H\psi = E\psi$, que descreve o movimento de um elétron atômico sob as forças combinadas do campo coulombiano e campo magnético, é:

$$\Delta \psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} E_m + \frac{2ie}{\hbar c} \left(\frac{1}{2} B \frac{d}{dj} \right) + \frac{2m_e z e^2}{\hbar^2 r} \psi = 0 \quad (8)$$

Esta equação tem como solução geral:

$$\psi(r, \Theta, j) = R(r) P_l^m(\cos \Theta) e^{\pm i m j}$$

Como somente o último termo depende de φ , então:

$$\Delta \psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E_m \pm m \frac{\hbar e}{2m_e c} B + \frac{z e^2}{r} \right) \psi = 0 \quad (9)$$

onde m é o número quântico magnético e $m = -1, -1+1, \dots, 1-1, 1$. Para um dado valor de l a solução da equação de onda com ou sem campo aplicado será a mesma se

$$E_m = E_0 \pm m \frac{\hbar e}{2m_e c} \cdot B \quad (10)$$

onde E_0 caracteriza o nível na ausência de campo.

Assim, a diferença de energia entre dois níveis, m e $(m + 1)$, será $\mu_B B$, dando novamente o resultado clássico da eq. (5). Na figura 3 mostramos as transições óticas (em emissão) entre os níveis $^1D - ^1P$ de um metal alcalino. Para transições óticas de dipolo elétrico existem as seguintes regras de seleção: $\Delta l = 0, \pm 1, \Delta m = 0, \pm 1, \Delta n = \pm 1$. Em lugar da linha única inicial (segundo $B = 0$), observa-se agora três linhas, (o tripleto Zeeman normal) já que todas as transições caem em 3 grupos:

- o conjunto de linhas com $\Delta m = 0$, na posição da linha espectral original
- o conjunto de linhas com $\Delta m = -1$, deslocado para baixas frequências em $\Delta \nu = \Delta E / h$
- o conjunto de linhas com $\Delta m = +1$, desloca para altas frequências, também em $\Delta \nu = \Delta E / h$.

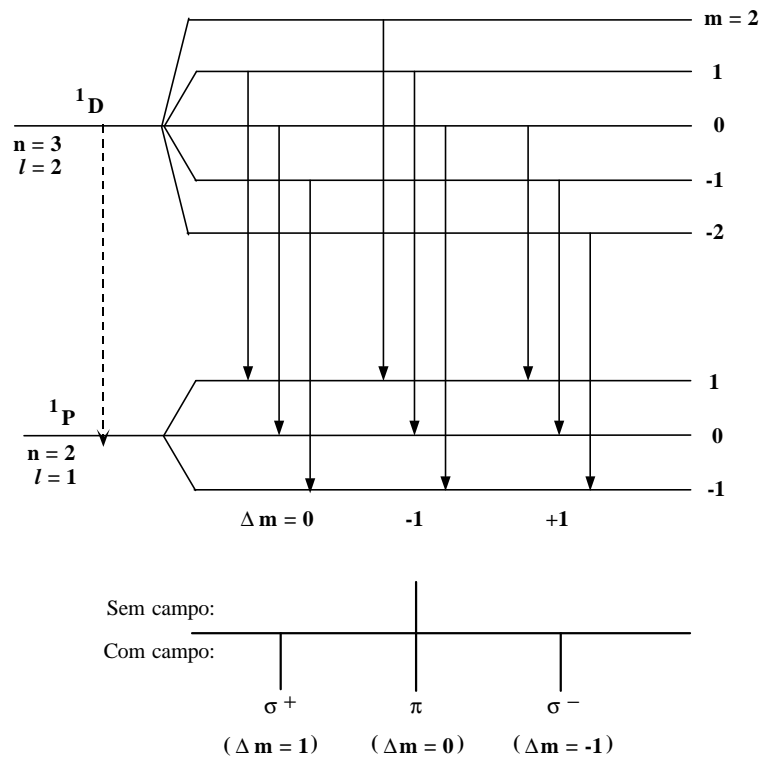


Figura 3:

Uma análise mais detalhada mostra que a luz emitida numa experiência Zeeman está polarizada, sendo que o estado de polarização da linha depende da direção de observação em relação ao campo magnético. Quando a luz emitida é observada paralelamente a direção do campo, a linha resultante da transição $\Delta m = \pm 1$, são circularmente polarizadas, sendo rotuladas como σ^+ ou σ^- de acordo se a polarização estiver, ou não, no sentido da rotação da corrente elétrica que cria o campo B (figura 4). Quando a luz emitida é observada perpendicularmente à direção do campo, a linha resultante da transição $\Delta m = 0$, chamadas linhas σ , também são linearmente polarizadas em direção perpendicular ao campo (figura 4). A intensidade das componente σ é duas vezes maior em observação longitudinal do

que na observação transversal. Estas regras de polarização podem ser entendidas qualitativamente considerando a interação do campo com a radiação resultando que movimento dos elétrons acelerados (veja, por exemplo os textos de H. Semat⁽³⁾ e de Cagnac-Pebay Peyroula⁽⁸⁾).

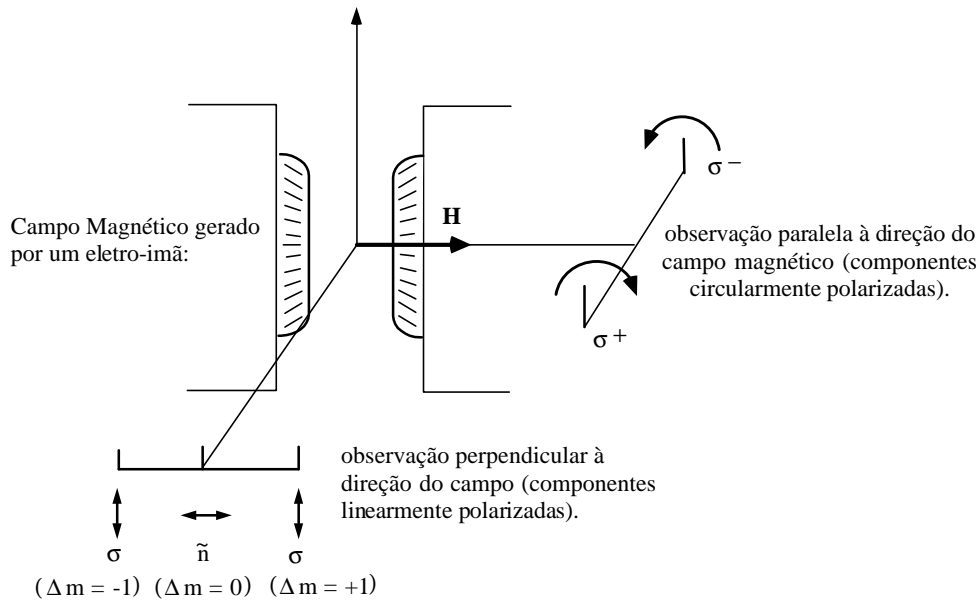


Figura 4:

II. Efeito Zeeman anômalo

Ainda que o efeito Zeeman normal ($S = 0$) seja realmente observado nos espectros de alguns elementos (por exemplo, nas linhas laranjas do Neon⁽⁶⁾) o mais freqüente é a observação do efeito anômalo, onde quatro, seis ou mais componentes podem aparecer. Quando aparecem três componentes, sua separação pode não estar de acordo com o resultado clássico dado pela equação (10). Para explicar estes novos resultados o spin do elétron deve ser incluído e fala-se então de desdobramento Zeeman anormal. Neste caso a velha teoria clássica falha e o efeito somente pode ser explicado com um tratamento quântico. A terminologia de efeito “anômalo” foi introduzida muito antes que a teoria quântica fornecesse uma compreensão total de todos os aspectos dos desdobramentos Zeeman, e de um ponto de vista moderno, não é muito apropriada porque na verdade nada existe de anômalo nos desdobramentos.

Com a introdução do spin do elétron teremos um momento magnético adicional dado por

$$\vec{m}_s = \frac{g_s m_B}{\hbar} \vec{S} \quad (11)$$

A grandeza g_s é denominada fator g (giromagnético) de spin. Medidas espectroscópicas recentes usando técnicas extremadamente precisas mostram que o fator g de spin do elétron vale $g_s = 2.00232^{(2)}$. Calcularemos o momento magnético efetivo do átomo usando as expressões de μ_L e μ_s para cada elétron opticamente ativo em termos de seus momentos angulares orbital e de spin, e somando sobre todos os elétrons:

$$\begin{aligned}\vec{m}_s &= -\frac{\mathbf{m}_B}{\hbar}\vec{L}_1 - \frac{\mathbf{m}_B}{\hbar}\vec{L}_2 - \dots - \frac{g_s \mathbf{m}_B}{\hbar}\vec{S}_1 - \frac{g_s \mathbf{m}_B}{\hbar}\vec{S}_2 \dots \\ &= -\frac{\mathbf{m}_B}{\hbar}\left[(\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots) + 2(\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \dots)\right]\end{aligned}\quad (12)$$

Se o átomo obedece ao acoplamento LS de Russel-Saunders, os momentos angulares orbitais individuais se acoplam para compor o momento angular orbital total \vec{L} , e os momentos angulares de spin individuais se acoplam para dar o momento angular de spin total \vec{S} . O momento magnético total do átomo será então:

$$\vec{m} = -\frac{\mathbf{m}_B}{\hbar}[\vec{L} + 2\vec{S}] \quad (13)$$

Vemos que este momento magnético não é antiparalelo a seu momento angular total

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (14)$$

por causa do fator 2 em $2\vec{S}$.

O nível atômico que estudaremos, caracterizado pela energia E_0 em campo magnético nulo e descrito pelos valores de S , L e J , descompõe-se em $2J + 1$ subníveis Zeeman, quando for aplicado o campo magnético ($\vec{B} = B\hat{z}$). Para calcular o desdobramento dos níveis emprega-se a teoria de perturbações da mecânica quântica, calculando-se o elemento de matriz entre dois estados caracterizado por m e m' :

$$\langle E^0, J, m | \mathbf{m}_B B(L_z + 2S_z) | E^0, J, m' \rangle$$

(veja, por exemplo, o capítulo XVII do texto de Cagnac-Pebay Peyroula⁽⁸⁾). O resultado da energia do desdobramento Zeeman é:

$$\Delta E = \mathbf{m}_B B g m_j \quad ; \quad (15)$$

onde

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

e $m_j = -J, -J+1 \dots +J$.

Assim, a presença do campo magnético levanta a degenerência no nível, desdobrando-o em $2J + 1$ componentes, uma para cada valor de m_j . A grandeza g , denomina fator g de Landé, é um coeficiente adimensional característico do nível atômico considerado. Ele determina de fato o desdobramento dos níveis de energia na presença de um campo magnético fraco e mostra que ele depende dos valores de J , L e S . O resultado (15) também pode ser obtido a partir da análise vetorial considerando as projeções dos momentos magnéticos orbital e de spin em relação a μ e B veja por exemplo os textos de Eisberg-Resnick⁽⁵⁾.

As regras de seleção para as transições dipolares elétricas exigem: $\Delta S = 0$ $\Delta J = 0, \pm 1$ $\Delta m_j = 0, \pm 1$ (mas não $m_j = 0$, para $m_j = 0$ se $\Delta J = 0$).

A figura 5 mostra o desdobramento Zeeman dos primeiros níveis excitados do sódio (2P) e de seu estado fundamental (2S). O átomo de sódio contém 11 elétrons tendo somente 1 elétron ótico (ou seja, fora das camadas cheias $n = 1$ e 2). O estado P está separado em um dubleto com $J = \frac{1}{2}$ e $J = \frac{3}{2}$, devido à estrutura fina. Essa separação é uma manifestação do acoplamento spin-órbita originando as

famosas linhas D (veja cap. II do Herzberg⁽⁵⁾ ou as Seções 8.4 e 10.2 de Eisberg-Resnick⁽²⁾). Quando a luz de Na é colocada sobre a influência de um campo magnético, cada um dos três níveis (2S , $^2P_{1/2}$ e $^2P_{3/2}$) é desdobrado em subníveis com diferentes números quânticos m_j .

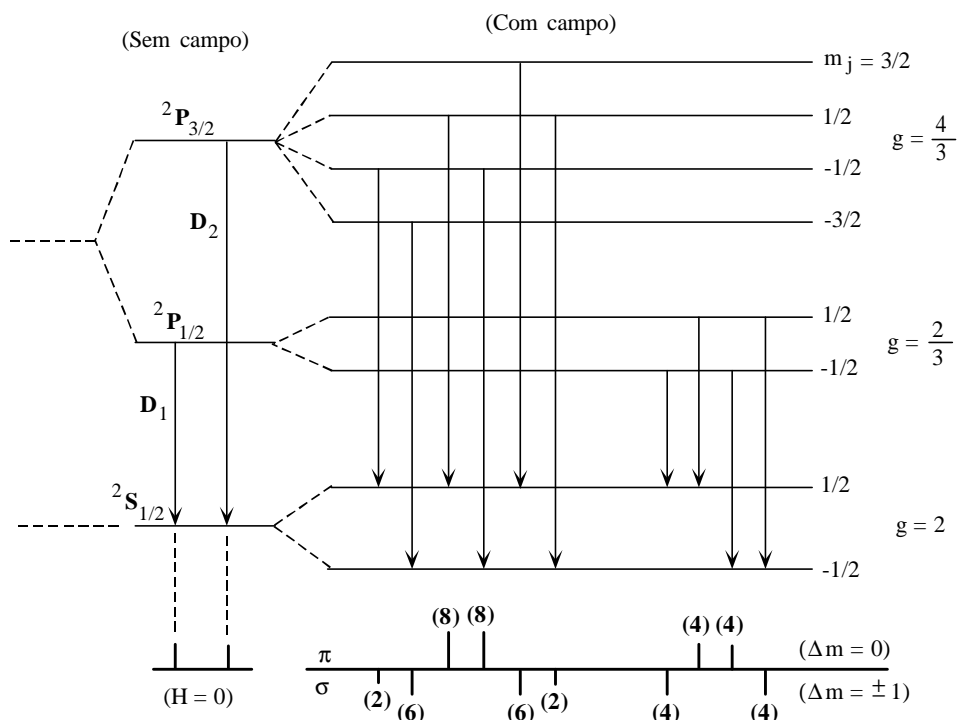


Figura 5: Níveis de energia de uma estado P e S e transições permitidas para um átomo possuindo um elétron de valência (ex.: Na). A figura ilustra também a estrutura de linhas e as intensidades relativas.

A figura ilustra também as transições permitidas na emissão, a estrutura de linhas e as intensidades relativas. Verifique-as usando, a tabela abaixo.

O espectro Zeeman anômalo consiste então de 10 linhas, 4 das quais originadas das transições onde $\Delta m_j = 0$ (componentes π) e 6 originadas das transições onde $\Delta m_j = \pm 1$ (componentes σ)⁽⁷⁾. Considerando a energia dos desdobramentos podemos calcular as energias envolvidas em cada transição. Assim podemos verificar, por exemplo, que o deslocamento das linhas em relação a posição normal da linha D_2 são (em unidade de $\mu_B B$) $\pm 1/3$, ± 1 e $\pm 5/3$ respectivamente. Em unidades de comprimento de onda estes deslocamento (para um campo de 1T) são: ± 0.056 , ± 0.168 , $\pm 0.28\text{\AA}$ respectivamente (verifique).

A intensidade relativa das linhas pode ser calculada independente da natureza do átomo^{(6),(7)}.

Transição	σ^+
$S_e J' = J + 1$	$(J + M_j + 1)(J + M_j + 2)$
$S_e J' = J$	$(J + M_j + 1)(J - M_j)$
$S_e J' = J - 1$	$(J - M_j - 1)(J - M_j)$
π	σ^-
$2(J - M_j + 1)(J + M_j + 1)$	$(J - M_j + 1)(J - M_j + 2)$
$2M_j^2$	$(J - M_j + 1)(J - M_j)$
$2(J - M_j)(J + M_j)$	$(J + M_j)(J + M_j - 1)$

Estas são as intensidades das linhas em observação longitudinal para as componentes σ^+ e σ^- e as intensidades das linhas π em observação transversal. Precisa-se dividir por 2, para obter as intensidades das linhas σ em observação transversal. Podemos notar que na direção do campo magnético temos $I_l = I^+ + I^-$ e na direção transversal, temos: $I_t = I^\pi + \frac{1}{2} (I^+ + I^-)$.

Desta maneira, o efeito Zeeman é um método bastante útil para interpretar os espectros atômicos. A observação do número de linhas polarizadas e da intensidade das componentes Zeeman darão um informação sobre os números quânticos J e J' dos dois níveis considerados. Além disso, a medida das posições das componentes em um campo \vec{B} determinado pode-se calcular os valores de g_J e $g_{J'}$, que pode ser comparado com os valores calculados teoricamente.

Estes resultados somente serão válidos quando o campo magnético externo B for fraco de forma que $\mu_B B$ for bem menor que as separações dos níveis em campo nulo, ou seja, B é fraca em comparação com o campo magnético atômico interno que acopla L e S para formar J . Se entretanto B for mais intenso do que o campo magnético atômico, o acoplamento de L com S será destruído. Neste caso L e S pressionam independentemente em torno da direção de B , todas as linhas espectrais são desdobradas em três componentes como no efeito Zeeman normal e as posições das linhas não dependem linearmente de B . Este é o denominado efeito Paschen-Back.

III. Experiência

- 1 eletroímã
- 1 fonte de alimentação para eletroímã
- 1 lâmpada capilar de Hg
- 1 fonte de alimentação para lâmpada,
- 2 polarizadores lineares
- 1 polarizador circular
- 1 interferômetro Fabry-Perot
- 1 luneta com retículo
- 1 sonda medidora de campo magnético

- 2 lentes ($f = \sim 5\text{cm}$)
- 1 íris
- 1 filtro de interferência
- trilhos, suportes óticos, fios

Alternativa:

- No lugar da luneta usar uma CCD e monitor de vídeo.

Faça a seguinte montagem:

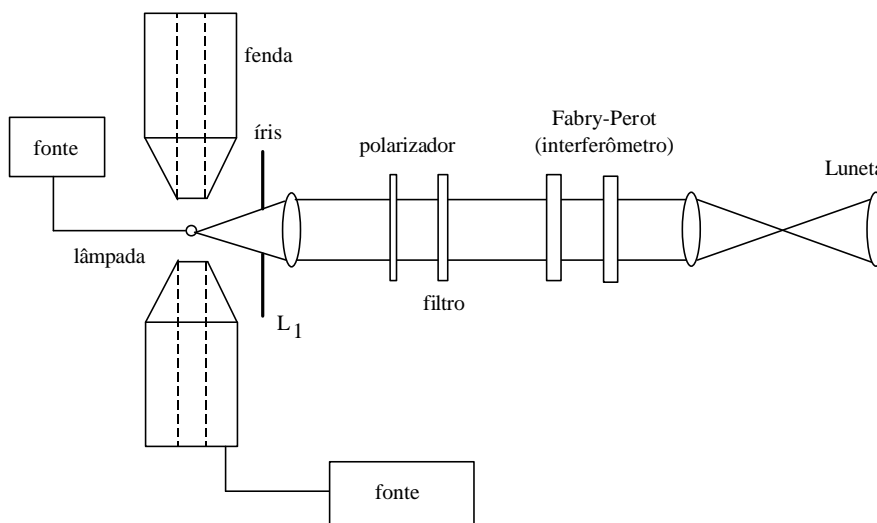


Figura 6: Esquema de montagem para observar o efeito Zeeman transversal.

A separação Zeeman que é da ordem de 0.5 cm^{-1} para um campo magnético de 10 kG é bastante fraca e não pode ser vista em um espectrômetro convencional. Em nosso caso, usamos um interferômetro Fabry-Perot. A descrição desse aparelho de alta resolução e seu funcionamento encontra-se na apostila correspondente.

A primeira experiência deve consistir em calibrar o ímã com a sonda de Hall. A separação dos pólos deve ser ajustada para $\sim 8 \text{ mm}$. A corrente de máxima é 5A por bobina. Faça o gráfico I vs B .

Realizaremos o estudo da transição $^3S_1 \rightarrow ^3P_2$ (546.07 nm linha verde) do átomo de Hg.

Coloque uma lâmpada de Hg no entre-núcleo do eletroímã, instale o filtro verde adequado e ajuste a lente 1 (fig. 6) de tal maneira a se fazer um feixe colimado. Ajuste o interferômetro.

Sabendo que a separação entre as linhas é da ordem de $0,5 \text{ cm}^{-1}$ entretanto, após um raciocínio, qual é a melhor maneira de obter os parâmetros que permite descrever o efeito Zeeman.

Aplice o campo magnético ($\sim 10 \text{ kG}$) e observe o resultado.

Explique teoricamente o efeito observado (faça um diagrama de níveis indicando as transições). Pode seguir o procedimento indicado no texto de Melissinos⁽⁴⁾ para calcular as energias envolvidas nas transições.

Estime a resolução do interferômetro de Fabry-Perot e discuta quantas linhas o aparelho lhe permite resolver.

Faça um gráfico do desdobramento das linhas em função da intensidade de campo e verifique que o espaçamento destas varia linearmente com \vec{B} .

Determine o valor de μ_B e compare com o valor de referência na literatura.

Faça as medidas paralela e perpendicularmente ao campo.

Observe o efeito com outras lâmpadas à disposição.

IV. Perguntas

1. Qual é a origem das regras de seleção de dipolo elétrico para o número quântico magnético?
2. Explique a polarização das linhas emitidas numa experiência Zeeman em relação a direção de observação.
3. Verifique que na experiência realizada neste laboratório cumpre-se a condição de campo magnético fraco.
4. Através de uma análise vetorial justifique (15).
5. No efeito Zeeman anômalo do mercúrio (fig. 7.8 do Melissinos) calcule as diferenças de energia associadas as 9 transições $^3S_1 \rightarrow ^3P_3$, e calcule, em unidade de $\mu_B B$ os deslocamentos das linhas em relação a posição normal da linha verde do mercúrio. Expresse estes deslocamento em unidades de comprimentos de onda considerando $B = 1 \text{ Tesla}$. Verifique, utilizando a tabela 1, que as intensidades relativas destas 9 linhas são 2:6:12 = 6:8:6 – 12:6:2 respectivamente.
6. Justifique a afirmação de que o efeito Zeeman constitui a base das técnicas de ressonância magnética.

V. Bibliografia

1. The Zeeman effect. J. C. Van der Bosch – Handbuch der Physik, vol. 28, pág. 296-332 (Biblioteca IFSC: H 530 / H 236 / v. 28).
2. “Física Quântica”, Eisberg-Resnick – Sec. 10.6 e 8.2 (Biblioteca IFSC: 530.12 / E 36).
3. “Introduction to atomic and nuclear physics” – H. Semat (Biblioteca IFSC: 539.14 / S471).
4. “Experiments in modern physics” A. Melissinos – cap. 7 (Biblioteca IFSC: 539 / M 523).
5. “Atomic spectra and atomic structure” G. Herzberg – Sec. II.3 (Biblioteca IFSC: 539.14 / H 582).
6. “The Theory of atomic spectra” Condon-Shartley – Cap. XV (Biblioteca IFSC: 539.14 / C 746).
7. “Interaction to atomic spectra” H. E. White – Sec. 10.5 (Biblioteca IFSC: 539.14 / W 584).
8. “Physique atomique” Cagnac-Pebay Peyroula – Cap. XVII (Biblioteca IFSC: 539.14 / C 131).

M. Aegerter, M. S. Li (1985)

J. P. Donoso, O. R. Nascimento (1990)

(Zeeman) 02/2000

SAS