

# Constante de Planck

## Introdução

O primeiro indício da "revolução quântica" surgiu em 1885 em meio aos rascunhos de um professor de escola secundária chamado *Johann Balmer* [1,2]. Na época, *Balmer* conseguiu encontrar uma expressão matemática muito simples para descrever o comprimento de onda associado às raias produzidas pela emissão de uma lâmpada de hidrogênio ao atravessar um prisma. Tal resultado foi complementado-adaptado em 1888 por *Johannes Rydberg* que, já há algum tempo, vinha trabalhando sobre os espectros de emissão de metais alcalinos [3]. Outro problema igualmente desafiador, tratava da radiação proveniente de objetos incandescentes. Neste caso, a questão parecia ser relativamente simples uma vez que o resultado deveria ser função exclusiva da temperatura do objeto. Contudo, os trabalhos realizados por *John William Strutt (Lord Rayleigh)*, dentre outros, deixaram evidentes várias inconsistências entre os resultados experimentais e os modelos (clássicos) utilizados. Na época, era evidente que o fenômeno devia-se às características dos átomos considerados – quais características e o processo associado, no entanto, não eram conhecidos.

É neste cenário de descobertas e de dúvidas que, em 1900, o físico alemão *Max Planck* introduziu a idéia de que a energia é uma grandeza discreta [4]. Ao contrário dos preceitos da Física Clássica, sua sugestão foi de que a energia ocorria em pequenas porções, ou *quanta* (plural de *quantum*). Dentro deste contexto, admitindo-se que um átomo vibre com frequência  $\nu$ , quer seja para dar origem às raias espectrais da lâmpada de hidrogênio ou à emissão de um corpo negro, a energia associada  $E$  pode existir apenas em quantidades muito bem definidas  $E = h\nu$ , onde  $h$  é a constante de *Planck* ( $= 6.62 \times 10^{-34}$  J s [5]). Ao trabalho de *Planck* seguiram-se outras importantes contribuições científicas que deram origem à chamada Física Quântica.

Por introduzir o conceito de energia quantizada, e possibilitar o entendimento de vários outros fenômenos físicos, *Planck* recebeu o Prêmio Nobel de Física em 1918 [6].

## Objetivos

- Entender o princípio de funcionamento de um LED (*light emitting diode*).
- Estimar a constante de *Planck*  $h$  a partir da tensão de limiar ( $V_{\min}$ ) para a qual um LED passa a emitir luz.
- Comparar o valor de  $h$  obtido com aquele estabelecido na literatura e discutir a respeito.

## Equipamentos

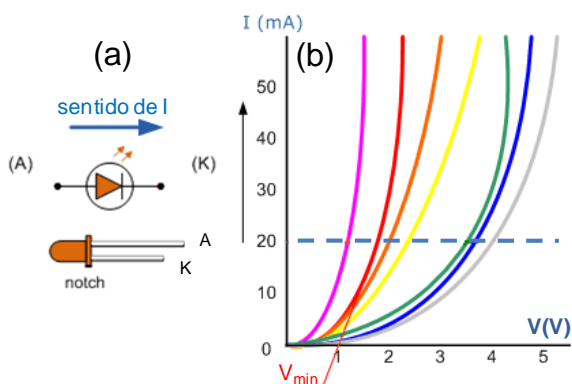
- 2 conjuntos de LEDs (LEDs de alta e de baixa intensidade)
- 1 espectroscópio (rede de difração, goniômetro e lunetas)
- 1 fonte de alimentação
- 2 multímetros
- Fios para conexão, etc.



## Descrição do Experimento

Ainda que envolvendo conceitos de Física do Estado Sólido, a realização desta prática é muito simples e consiste, basicamente, em medir as curvas  $I \times V$  de diferentes LEDs (Figura 1).

Conforme será indicado a seguir: (1) os LEDs devem ser identificados de acordo ao seu comprimento de onda de emissão, e (2) as curvas  $I \times V$  (uma para cada LED) devem ser obtidas medindo-se a corrente correspondente para cada tensão aplicada aos terminais dos LEDs. A análise das curvas  $I \times V$  assim obtidas permite que se faça uma estimativa da constante de *Planck*.



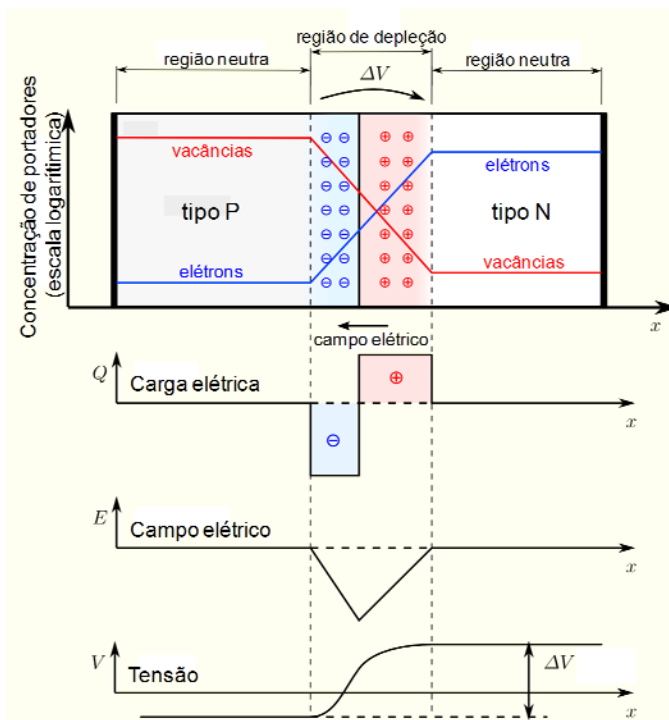
Material	Comp. onda	Cor	V @ 20 mA
GaAs	850 – 940 nm	infra-verm.	1.2 V
GaAsP	630 – 660 nm	vermelho	1.8 V
GaAsP	605 – 620 nm	âmbar	2.0 V
GaAsPN	585 – 595 nm	amarelo	2.2 V
AlGaP	550 – 570 nm	verde	3.5 V
SiC	430 – 505 nm	azul	3.6 V
GaN	450 nm	branco	4.0 V

**Figura 1** – (a) Representação e aparência de um diodo emissor de luz (LED), e (b) curvas  $I \times V$ , cada qual correspondendo a LEDs emitindo em diferentes comprimentos de onda. A Tabela ilustra algumas das principais características de LEDs comerciais. Adaptado de [http://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode\\_8.html](http://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode_8.html).

## Conceitos Envolvidos

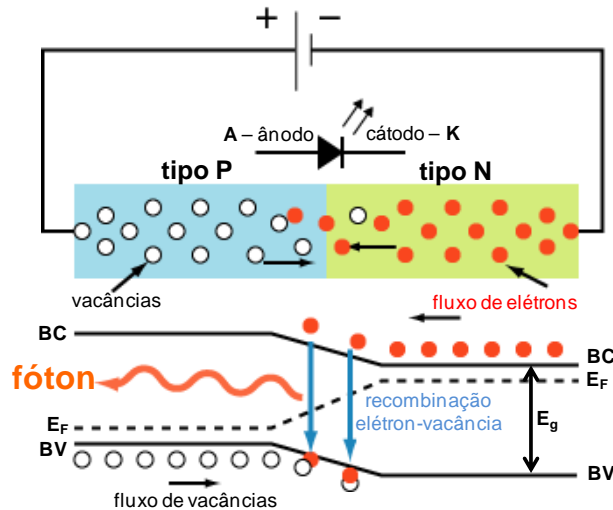
Um material semiconductor caracteriza-se por apresentar duas bandas de estados, chamadas de banda de valência (BV) e banda de condução (BC), separadas por um *gap* de energia  $E_g$  de cerca de 1–3 eV. Sob condições normais, um portador de carga ocupa a BV, de onde – desde que lhe seja fornecida uma energia  $E \geq E_g$  – pode ser excitado para a BC. Uma vez que energias da ordem de  $E_g$  podem ser conseguidas mediante formas diversas (estímulo elétrico, luz, temperatura, etc.), é possível controlar a condução elétrica de um semiconductor com relativa facilidade. Outra maneira de alterar (controladamente) as características elétricas dos materiais semicondutores consiste na inserção de determinadas impurezas. Este processo é denominado de dopagem, e tem por objetivo alterar o tipo e a densidade dos portadores (de carga) livres: quer sejam elétrons ou vacâncias. No primeiro caso, diz-se que o semiconductor é do tipo N já que, majoritariamente, os portadores livres são cargas negativas. No segundo caso, temos um semiconductor do tipo P. É importante salientar, no entanto, que, mesmo dopado o material semiconductor permanece no estado neutro: apenas o tipo e a densidade de portadores de carga foram alteradas.

O dispositivo baseado na união de dois materiais semicondutores, um do tipo P e outro do tipo N, recebe o nome de diodo. Tipicamente, um diodo tem por função permitir a passagem de corrente elétrica em apenas um sentido (Figura 2).



**Figura 2** – Representação de um diodo (junção PN). Além das regiões neutra e de depleção, também estão indicadas (uma vez estabelecido o equilíbrio): a concentração de portadores, a distribuição de carga elétrica, o campo elétrico, e a tensão ao longo da junção. Quando os semicondutores tipo P e N são colocados em contato, há a difusão de vacâncias e de elétrons. Esta difusão dá origem à região de depleção, cuja característica é a queda acentuada na concentração de portadores de carga nas proximidades da junção. Esta variação de concentração, com o conseqüente acúmulo de cargas, dá origem a um campo elétrico interno que permite a passagem de corrente elétrica apenas no sentido do ânodo (tipo P) para o cátodo (tipo N).

Dependendo das características dos materiais semicondutores utilizados e da configuração do dispositivo, no entanto, um diodo pode produzir radiação luminosa. Neste caso, temos o que chamamos de diodo emissor de luz ou LED (*light emitting diode*), onde o processo de recombinação de um par elétron-vacância dá origem a um fóton – cujo comprimento de onda depende da  $E_g$  da junção (Figura 3).



**Figura 3** – Diagrama de um LED sendo alimentado por uma bateria. Na parte inferior da figura vemos o diagrama de bandas de energia do LED e o processo de recombinação elétron-vacância dando origem à emissão de um fóton. Legendas: BV- banda de valência, BC- banda de condução,  $E_F$ - nível de Fermi,  $E_g$ - *gap* de energia.


Dentro deste contexto, podemos dizer que a função desempenhada pela bateria (ou fonte de alimentação) é tanto de excitar portadores de carga quanto estabelecer um fluxo de corrente através da junção. O princípio de funcionamento de um LED prevê, ainda, que a energia mínima para excitar elétrons da BV para a BC deve ser da ordem de  $E_g$ . Isto equivale dizer que a tensão mínima  $V_{\min}$  de excitação destes elétrons deve ser:


$$V_{\min} = \frac{E_g}{e} . \quad (1)$$


Sabendo que a energia do fóton é quantizada ( $E_{\text{fóton}} = h\nu$ ) e que, idealmente, há conservação de energia entre o processo de excitação–recombinação ( $E_g = E_{\text{fóton}}$ ), podemos escrever que:

$$h\nu = eV_{\min} . \quad (2)$$

## Procedimento Experimental

 Verifique atentamente as polaridades das conexões elétricas entre a fonte de alimentação, os multímetros, e o conjunto de LEDs.

 Ainda que de muito baixa intensidade, evite olhar diretamente (e por tempos prolongados) para a radiação emitida pelos LEDs.

 Manipule a rede de difração com cuidado e jamais coloque os dedos sobre sua superfície.

### Determinação do comprimento de onda (frequência) de cada LED

Ligue o LED desejado e disponha o sistema “LED–luneta colimadora–normal da rede de difração–luneta de observação” em linha reta, tal que a radiação proveniente do LED encontre-se no centro da luneta de observação. Anote o ângulo ( $\theta_0$ ) indicado pelo goniômetro nesta condição. O próximo passo consiste em movimentar apenas a luneta de observação de modo a encontrar o ângulo ( $\theta_1$ ) correspondente ao primeiro máximo de interferência (primeira raia brilhante).

Se possível, repita o procedimento para os sucessivos máximos de interferência, sempre anotando os ângulos correspondentes ( $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ,  $\theta_4$ ). Uma vez conhecidos os ângulos de interferência, e a separação entre as linhas da rede de difração ( $d$ ), o comprimento de onda do LED será dado pela equação:

$$m\lambda = d\text{sen}(\theta_m). \quad (3)$$

A frequência é, então, obtida a partir da relação:

$$v = \frac{c}{\lambda}, \quad (4)$$

onde  $c$  representa a velocidade da luz no vácuo ( $\sim 2.99 \times 10^8$  m/s).

Seguindo este procedimento, determine a frequência de emissão de cada LED, bem como eventuais desvios – quer sejam devidos a limitações experimentais e/ou associados à largura de emissão do LED sob análise.

### Medidas $I \times V$

Com os LEDs devidamente identificados pelos seus comprimentos de onda (ou frequências), agora devemos investigar o seu comportamento elétrico. Partindo de  $V = 0$  V, aumente a tensão de polarização de cada LED, sempre registrando a corrente correspondente. Note que, assim que o LED passa a emitir, a sua corrente aumenta significativamente. Esta corresponde, aproximadamente, à tensão  $V_{\min}$ . Nas suas proximidades, procure medir com maior precisão: em intervalos de 0.1 em 0.1 V, por exemplo.

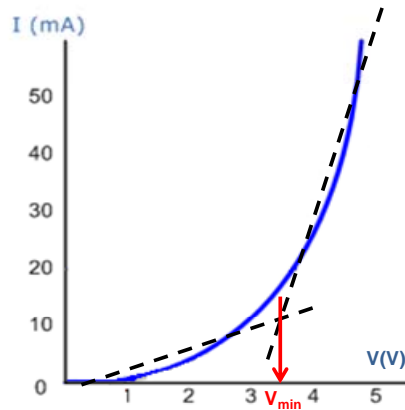
### Tensão de limiar $V_{\min}$ a partir das curvas $I \times V$

A corrente elétrica  $I$  que flui por um diodo depende da tensão aplicada  $V$ , tal que:

$$I(V) = I_0 \left[ \exp\left(\frac{eV}{\eta k_B T}\right) - 1 \right] \approx I_0 \exp\left(\frac{V}{\eta V_T}\right), \quad (5)$$

onde os valores de  $I_0$  (*corrente de saturação reversa*) e  $\eta$  (*fator de qualidade* ou *coeficiente de emissão*) são característicos de cada diodo. Além disto:  $e$ ,  $k_B$ , e  $T$  representam a carga elementar do elétron, a constante de *Boltzmann*, e a temperatura em que se encontra o diodo, respectivamente. A quantidade  $k_B T/e$  corresponde àquilo que chamamos de "voltagem térmica"  $V_T$  e, a 300 K, vale  $\sim 25.85$  mV. Em situações ideais, o ajuste da Eq.(5) às curvas  $I \times V$  fornece os valores de  $I_0$  e de  $\eta$  de cada diodo (ou LED).

O valor da tensão de limiar  $V_{\min}$  de cada LED, no entanto, deve ser determinado a partir do método chamado *piecewise linear (PWL)*. Segundo este método, a curva  $I \times V$  pode ser "reduzida" à combinação de duas funções lineares independentes (Figura 3), e um valor estimado de  $V_{\min}$  é dado pela intersecção destas. Note que o método, apesar de conveniente, é muito susceptível à disposição dos dados experimentais e, principalmente, à intervenção da pessoa que o aplica. É necessário, portanto, que se aplique o método várias vezes (definindo diferentes regiões para as retas) a fim de se estimar um  $V_{\min}$  médio e a sua correspondente dispersão.



**Figura 4** – Estimativa do valor da tensão de limiar  $V_{\min}$  a partir do método *piecewise linear*.  $V_{\min}$  corresponde, aproximadamente, à tensão na qual o LED deve começar a emitir radiação.

### Estimativa da constante de Planck

A partir dos resultados experimentais obtidos, e do valor da carga elementar do elétron, encontre a constante de *Planck* mediante uma representação gráfica. Lembre-se de incluir barras de erro (relativas à precisão nas medidas de  $v$  e de  $V_{\min}$ ). Nesta mesma representação, inclua o valor de  $h$  esperado.

## Questões

- ! Faça um esboço do diagrama elétrico utilizado (LEDs + potenciômetro + multímetros + fonte de alimentação). Identifique cada componente e discuta a respeito de suas funções.
- ! Tendo em vista os seus resultados experimentais (curvas  $I \times V$  dos LEDs), proponha uma representação gráfica para a obtenção da razão  $e/k_B$ . Faça-a e compare o valor de  $k_B$  assim obtido com aquele estabelecido na literatura.
- ! Busque na literatura os valores e as técnicas utilizadas para a determinação da constante de *Planck*. Qual o valor atualmente aceito e como foi encontrado?
- ! Discuta a respeito das fotos-figuras apresentadas na primeira página deste roteiro: você saberia identificá-las e dizer do que tratam?

## Referências

### *Física Moderna*

*College Physics* (OpenStax College, 2012) <http://cnx.org/content/col11406/latest/>.

Paul Tipler, *Física Moderna* (Guanabara Dois, 1981) – **539^T595f**

Arthur Beiser, *Conceitos de Física Moderna* (McGraw-Hill, 1987) – **539^B423c**

Robert Eisberg e R. Resnick, *Física Quântica* (Ed. Campus, 1979) – **530.12^E36f**

### *Diodos & LEDs*

J. J. Brophy, *Basic Electronics for Scientists* (McGraw-Hill, 1972) – **573.5^B873b**

[http://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode\\_8.html](http://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode_8.html)

### *História* (conforme apresentadas na Introdução)

[1] J. Polkinghorne, *Teoria Quântica* (L&PM Pocket, 2002).

[2] I. Duck and E. Sudarshan, “100 years of Planck’s Quantum” (World Scientific, 2000) –

**530.12^D834c**

[3] [http://en.wikipedia.org/wiki/Rydberg\\_equation](http://en.wikipedia.org/wiki/Rydberg_equation)

[4] [http://en.wikipedia.org/wiki/History\\_of\\_quantum\\_mechanics](http://en.wikipedia.org/wiki/History_of_quantum_mechanics)

[5] <http://physics.aps.org/story/v3/st23> & [http://prola.aps.org/abstract/PR/v7/i3/p355\\_1](http://prola.aps.org/abstract/PR/v7/i3/p355_1)

[6] [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1918/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1918/)

Além destas, vale mencionar a seguinte:

<http://physicsworld.com/cws/article/print/2000/dec/01/max-planck-the-reluctant-revolutionary> –

que trata em detalhe a real história por trás dos trabalhos de *Planck*: um cientista notável, e cujas pesquisas NÃO tiveram por objetivo "consertar" as inconsistências envolvendo a radiação do corpo negro (lei de *Rayleigh-Jeans*, catástrofe do UV, etc.)

### *Experimento*

<http://physics.unl.edu/~ducharme/PHYS343/343Manual/PlanckLED.pdf>

### *Simulações*

<http://www.ies-def.upm.es/EBAS/applets/Led5/LED.html>

## Créditos

Este roteiro foi baseado em outros textos disponíveis na *internet* (ver Referências). Foi originalmente elaborado pelo aluno Márcio Fernando Cobo e posteriormente modificado pelo Prof. A. R. Zanatta.

A foto da montagem experimental foi feita pelo Prof. A. R. Zanatta.

As diferentes fotos-figuras apresentadas na pg. 1 foram obtidas da *internet*.